

**Celá čísla**

Třída školy: K7

**Obsah**

[Množina celých čísel 3](#_Toc125554304)

[Každému celému číslu odpovídá bod na číselné přímce. Číslo přiřazené bodu je jeho abscisou (souřadnicí). 4](#_Toc125554305)

[Dvě celá čísla, která se liší pouze znaménkem, se nazývají protiklady. Na číselné ose jsou reprezentovány dvěma symetrickými body vzhledem k počátku O. 4](#_Toc125554306)

[Vzdálenost od počátku k bodu, kterým je na číselné přímce znázorněno celé číslo a, se nazývá modul čísla a a značí se |a|. 4](#_Toc125554307)

[Ze dvou různých celých čísel je větší to, které je na ose znázorněné vpravo. Ze dvou kladných (záporných) celých čísel je větší to, které má větší (menší) modul. Každé kladné číslo je větší než každé záporné číslo. 5](#_Toc125554308)

[Porovnávání a řazení celých čísel 7](#_Toc125554309)

[Absolutní hodnota celého čísla 8](#_Toc125554310)

[Řazení celých čísel 8](#_Toc125554311)

[Operace s celými čísly 9](#_Toc125554312)

[Sčítání a odčítání 9](#_Toc125554313)

[Násobení a dělení 10](#_Toc125554314)

[Pořadí provádění operací s celými čísly 12](#_Toc125554315)

[Řešení úloh s rovnicemi/rovnicemi v kontextu celých čísel 13](#_Toc125554316)

[Pracovní list 16](#_Toc125554317)

[Projekt Scratch 17](#_Toc125554318)

[Zdroje 19](#_Toc125554319)

[Hodnotící test - model 1 20](#_Toc125554320)

[Hodnotící test - model 2 28](#_Toc125554321)

Z praktických důvodů (měření teploty, tvorba map horských oblastí i dna oceánů, zobrazování pozoruhodných historických okamžiků) lidé přidali do množiny přirozených čísel N= {0, 1, 2, 3, ... , n, ...} množinu záporných celých čísel Z-={...,-n ...,-3,-2,-1}, čímž získali:

#### Množina celých čísel

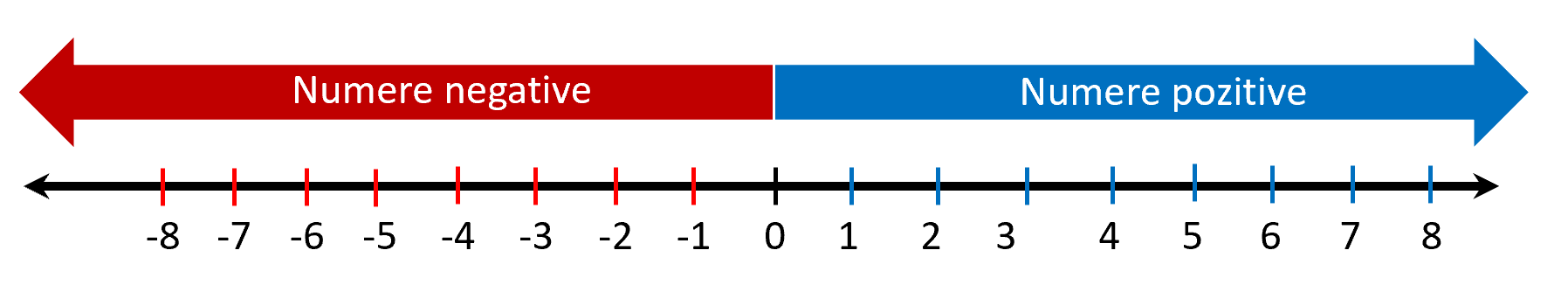
*Z={{...*,-n ...,-3,-2,-1, 0, 1, 2, 3, ... , n, ...}.

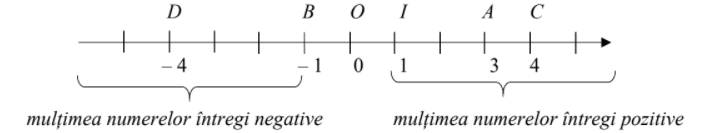
Množinu nenulových celých čísel označujeme ***Z =Z-{0}.\****

**Z** - označujeme množinu záporných celých čísel ***Z-*** ={ x ϵ Z | x<0}

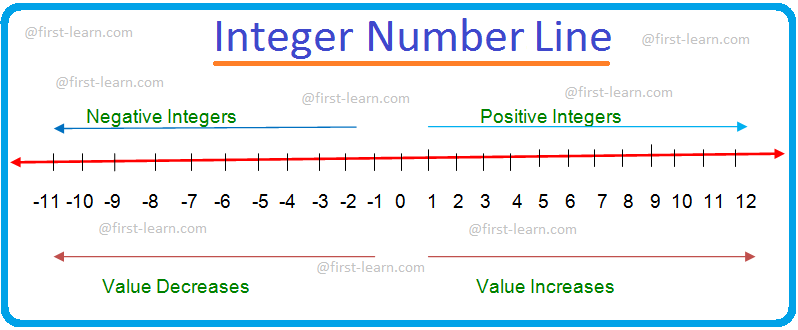
**Z +** označujeme množinu kladných celých čísel ***Z+*** ={ x ϵ Z | x>0}.

Kladná celá čísla odpovídají přirozeným číslům a zápis znaménka "+" před ně není povinný.

Zadání celých čísel bylo nutné k provedení operace odčítání. V nižších ročnících jste se v oboru přirozených čísel učili, že nemůžeme odčítat čísla 3-10. Ale v množině celých čísel je výsledkem jakákoli operace odčítání.



Množina záporných celých čísel Množina kladných celých čísel



#### Každému celému číslu odpovídá bod na číselné přímce. Číslo přiřazené bodu je jeho abscisou (souřadnicí).

Na číselné ose na výše uvedeném obrázku mají body O (počátek), I, A, B, C a D abscesy 0, +1, +3, -1, +4, -4, a píšeme O(0), I (+1), A(+3), B(-1), C(+4), D(-4).

#### Dvě celá čísla, která se liší pouze znaménkem, se nazývají protiklady. Na číselné ose je představují dva symetrické body vzhledem k počátku O.

Příklad: +4 a -4 jsou opačná celá čísla a body C a D, kterými jsou znázorněny na ose, jsou symetrické vůči počátku O (nebo O je střed úsečky CD).

Poznámka: Opakem 0 je 0.

#### Vzdálenost od počátku k bodu, kterým je na číselné přímce znázorněno celé číslo a, se nazývá modul čísla a a značí se |a|.

Příklad: Modul čísla +4 je na výše uvedeném obrázku roven vzdálenosti z O do A a píšeme |+4| = 4 a modul jeho opaku, - 4, je roven vzdálenosti z O do B a |-4| = 4.

Podobně dostaneme |0| = 0, |-1| = |+1|, |+3| = 3.

Poznámka: Moduly dvou protilehlých čísel se rovnají, protože body, které je na číselné přímce představují, jsou stejně vzdálené od počátku.

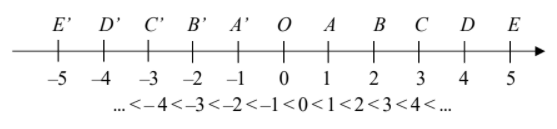
#### Ze dvou různých celých čísel je větší to, které je na ose znázorněné vpravo. Ze dvou kladných (záporných) celých čísel je větší to, které má větší (menší) modul. Každé kladné číslo je větší než každé záporné číslo.

**Příklady:**

1) ***Srovnání***

a) -3 > -5, protože |-3| = 3 < 5 = |-5|.

b) -5 < +3, protože bod C je na ose napravo od bodu E' nebo protože -5 je záporné a +5 je kladné.

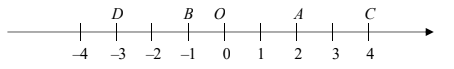


**2) Každodenní problémy.**

**a)** Který ze dvou občanů, kteří mají dluhy u banky, jeden 1000 a druhý 2000 bankovních jednotek, by měl být klidnější? Modelujme informace v jazyce celých čísel.

b) Dva občané mají v bance vklad 1000 a druhý úvěr 1000. Který z nich by měl být klidnější? Modelujme tyto informace v jazyce celých čísel.

**3) Okopírujte a znázorněte na ose body A', B', C', D', jejichž abscise jsou v daném pořadí protilehlé abscesám bodů A, B, C, D na daném obrázku.**



***Řešení:***



Abscisa bodu A je 2 a opak 2 je - 2, takže bod A' budeme znázorňovat abscisou - 2. Analogicky bod B má abscisu - 1 a opakem - 1 je 1 a budeme znázorňovat bod B' abscisy 1; bod C má abscisu 4 a jejím opakem je - 4 a budeme znázorňovat bod C' abscisy - 4; bod D má abscisu - 3 a jejím opakem je 3 a budeme znázorňovat bod D' abscisy 3. Získáme tak body A'(-2), B'(1), C'(-4) a D'(3).

**4) Určete sady:**

****

**Řešení:**

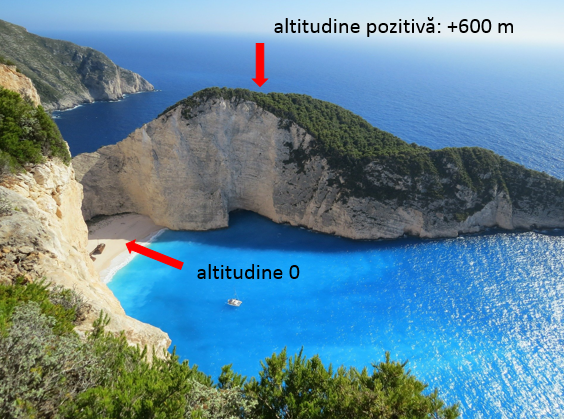
Celá čísla x, jejichž vzdálenost na ose je menší nebo rovna 2, jsou kladná 1 a 2, ale také záporná -2 a -1 a také celé číslo 0. Z toho vyvozujeme, že A = {-2, -1, 0, 1, 2}. Je-li |y| < 4, pak kladná celá čísla y jsou 1, 2 a 3, záporná - 1, - 2 a - 3, ale také 0. Dostaneme B = {-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3}. Z toho, že |z| > 0 pro libovolné nenulové celé číslo, vyplývá, že C=Z\*.

**5) V následující tabulce jsou uvedeny teploty v 8 hodin na meteorologické stanici v každý pracovní den v únoru.**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Den | Pondělí | Úterý | Středa | Čtvrtek | Pátek | Sobota | Neděle |
| Teplota (℃) | -1 | -8 | -10 | -3 | 1 | 3 | 5 |

**Podle tabulky je aritmetický průměr kladných teplot roven ...℃**

**6) Určitě jste v zimě v předpovědi počasí viděli, že některé teploty mají znaménko minus. Tyto teploty jsou nižší než nula stupňů, a proto jim budeme říkat záporné teploty (např.: -7 ℃). Naopak v létě budeme mít kladné teploty, protože v létě je teplota vyšší než 0 stupňů (např.: 25℃).**



Pozitivní nadmořská výška: +600 m Záporná nadmořská výška: -60 m

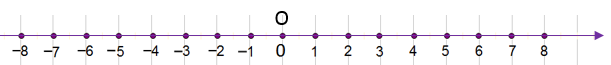
Nejhlubším místem na zemském povrchu je Mariánský příkop v Tichém oceánu s hloubkou přibližně -11 000 metrů. Nejvyšším místem je Mount Everest v Himálaji s +8848 m.

Kladná celá čísla odpovídají přirozeným číslům a zápis znaménka "+" před ně není povinný.

Zadání celých čísel bylo nutné k provedení operace odčítání. V nižších ročnících jste se v oboru přirozených čísel učili, že nemůžeme odčítat čísla 3-10. Ale v množině celých čísel je výsledkem jakákoli operace odčítání.

#### Porovnávání a řazení celých čísel

Na přímce určíme bod O, který se nazývá počátek, měrnou jednotku a kladný směr označený šipkou. Bod O odpovídá číslu nula. Získáme tak číselnou osu, na které budeme znázorňovat některá celá čísla. Nemůžeme znázornit všechna, protože množina celých čísel je nekonečná.



**Množina celých čísel** je sjednocením množiny kladných přirozených čísel, jejich protikladů (záporných čísel) a čísla 0.

straight integer numbers equals open curly brackets... comma space minus n comma space... comma space minus 3 comma space minus 2 comma space minus 1 comma space 0 comma space 1 comma space 2 comma space 3 comma space... comma space n comma space... close curly brackets
straight integer numbers to the power of asterisk times equals straight integer numbers backslash open curly brackets 0 close curly brackets

Dochází k inkluzivnímu vztahu:

straight natural numbers subset of straight integer numbers.

Pokud číslu předchází znaménko "+", je číslo kladné. Kladná čísla se nacházejí na ose napravo od čísla 0.

Pokud před číslem stojí znaménko "-", je číslo záporné. Záporná čísla se nacházejí na ose vlevo od čísla 0.

*Poznámka*: souhlasíme s tím, že znaménko '+' před celými kladnými čísly by se již nemělo psát*.*

*Příklad:* +9 = 9; +37 = 37.

#### Absolutní hodnota celého čísla

**Absolutní hodnota** nebo **modul** celého čísla je vzdálenost od počátku k jeho poloze na číselné přímce.

*Příklady:*

open vertical bar negative 2 close vertical bar equals 2
open vertical bar plus 4 close vertical bar equals 4
open vertical bar negative 15 close vertical bar equals 15
open vertical bar 0 close vertical bar equals 0

**Opakem celého čísla** x je číslo -x, takže *x+ (-x) = (-x)+x = 0.*

*Příklady:*

opakem čísla 3 je číslo -3

opakem čísla -5 je číslo 5

opakem čísla 0 je 0

Dvě celá čísla jsou opačná, pokud mají opačná znaménka a stejnou absolutní hodnotu.

Absolutní hodnota kladného celého čísla je toto číslo.

Absolutní hodnota záporného celého čísla je jeho opakem.

Proto pro libovolné celé číslo a platí:

open vertical bar a close vertical bar equals space left enclose negative a comma space d a c ă space a less than 0
space space 0 comma space d a c ă space a equals 0
space space a comma space d a c ă space a greater than 0. end enclose





#### Řazení celých čísel

Dvě celá čísla a a b jsou ve vztahu a < b, jestliže při jejich zobrazení na ose leží b napravo od a.

Při porovnávání dvou celých čísel budeme brát v úvahu následující aspekty:

číslo 0 je menší než libovolné celé kladné číslo; *např.: 0 < +5*

mezi dvěma kladnými celými čísly je větší to s vyšším modulem; *např.: 32 >10*

číslo 0 je větší než libovolné záporné celé číslo; *např.: 0 > -6*

mezi dvěma zápornými celými čísly je větší to s menším modulem; *např.: -8 > -12*

libovolné kladné celé číslo je větší než libovolné záporné celé číslo; např.: 7 > -14.

#### Operace s celými čísly

#### Sčítání a odčítání

*1. Sčítání celých čísel se stejným znaménkem*

Chcete-li sečíst dvě celá čísla se stejným znaménkem, sečtěte jejich moduly a výsledek bude mít společné znaménko.

*Příklady:*

left parenthesis plus 2 right parenthesis plus left parenthesis plus 8 right parenthesis equals plus 10
left parenthesis negative 3 right parenthesis plus left parenthesis negative 5 right parenthesis equals negative 8

*2. Sčítání celých čísel s různými znaménky*

Chcete-li sečíst dvě celá čísla s různými znaménky, odečtěte jejich moduly a výsledek bude mít znaménko čísla s větším modulem.

*Příklady:*

5 plus left parenthesis negative 3 right parenthesis equals 2
minus 9 plus 3 equals negative 6

*Pozorování:* součet dvou opačných celých čísel je roven 0.

left parenthesis negative 11 right parenthesis plus 11 equals 0

*Vlastnosti sčítání celých čísel*

asociativita: *a+(b+c) = (a+b)+c,* ať už jsou celá čísla *a, b, c* jakákoli.

komutativita: *a+b = b+a*, ať už jsou celá čísla *a* și *b*

číslo 0 je neutrální prvek: *a+0 = 0+a =a*, *ať* je celé číslo jakékoliv.

*3. Odčítání celých čísel*

Odečtení celého čísla je ekvivalentní přičtení opačného čísla.

*Příklady:*

left parenthesis negative 8 right parenthesis minus left parenthesis plus 3 right parenthesis equals left parenthesis negative 8 right parenthesis plus left parenthesis negative 3 right parenthesis equals negative 11
9 minus left parenthesis negative 5 right parenthesis equals 9 plus left parenthesis plus 5 right parenthesis equals 14

(k dekrementu jsme přidali opak dekrementu).

#### Násobení a dělení

*Součin dvou celých čísel se stejným znaménkem je kladné celé číslo, jehož modul získáme vynásobením modulu obou čísel.*

*Příklady:*

left parenthesis plus 3 right parenthesis times left parenthesis plus 7 right parenthesis equals plus 21
left parenthesis negative 5 right parenthesis times left parenthesis negative 6 right parenthesis equals plus 30

*Součin dvou celých čísel s různými znaménky je záporné celé číslo, jehož modul získáme vynásobením modulu obou čísel.*

*Příklady*:

left parenthesis negative 2 right parenthesis times left parenthesis plus 9 right parenthesis equals negative 18
3 times left parenthesis negative 5 right parenthesis equals negative 15

*Vlastnosti násobení celých čísel*

*Nechť a, b, c jsou celá čísla. Vyskytují se následující vlastnosti:*

komutativita: *a-b = b-a*

asociativita: *(a-b)-c = a-(b-c)*

číslo 1 je neutrální prvek: *a-1 = 1-a = a*

distributivita násobení nad sčítáním a odčítáním: *a-(b+c)=a-b+a-c* a a-(*b-c)=a-b-a-c*

*Dělení celých čísel*

*Součet dvou celých čísel se stejným znaménkem je kladné celé číslo, jehož modul získáme vydělením modulu obou čísel.*

*Příklady:*

left parenthesis plus 35 right parenthesis colon left parenthesis plus 7 right parenthesis equals plus 5
left parenthesis negative 63 right parenthesis colon left parenthesis negative 9 right parenthesis equals plus 7

*Součet dvou celých čísel s různými znaménky je záporné celé číslo, jehož modul získáme vydělením modulu obou čísel.*

*Příklady:*

left parenthesis plus 72 right parenthesis colon left parenthesis negative 9 right parenthesis equals negative 8
left parenthesis negative 32 right parenthesis colon 8 equals negative 4![plus times plus equals plus
minus times negative equals plus
plus times negative equals negative
minus times plus equals negative
](data:image/png;base64,iVBORw0KGgoAAAANSUhEUgAAAE4AAABiCAYAAAD+xOVQAAABOUlEQVR4Xu3ZQW7EIAwF0Nz/Ij1mq0rtxjJJcAhJJu9JfzMDGMwuLEvbd/zhBDNq7DF0H0MXa5hRY4+h+xi6WEOlxu+crfSqzGnqWezrL716apzp0D7irWVp2fr/X1wvywyxZpayQ5N3qtSIB8zSqzKnaehiDTNq7DF0H0MXa5hRY4+h+xi6WMOMGnvcZR8AAAAAPJrPTEWvaFx8b8jSqzJniOpz4V2UGhdvK8uW3nFrmSHWzPJx4gGz9KrMYdG4Mo0r0jgAAACAw3xiKdK4ors3Lr4vZLlEpfDTnwdL4m1l2dI7bi0zxJpZupUmTRQPmOUSlxV+Oo0r0jgAAAAAbs4nrCKNK6o0Lr4vZHmM6vPgow4ZxdvKsqV33FpmiDWz3Fplg/GAWT7eKw55Bo0r0jgAAAAAAOBVfgAYSfBNAmcV9gAAAABJRU5ErkJggg==)

**Závěr:** Pravidlo znamének platí pro násobení i dělení celých čísel a je následující:

*c) Zvyšování celých čísel na mocniny* a to the power of n equals stack a times a times a times... times a with underbrace below
space space space space space space space space space space space space space space space space space space n space o r i

Nechť a je celé číslo a n je přirozená nula.

a- nazývá se základna

n- se nazývá exponent

*Příklady:*

left parenthesis plus 2 right parenthesis to the power of 5 equals 2 to the power of 5 equals 2 times 2 times 2 times 2 times 2 equals 32

*Poznámky:*

1. Když kladné číslo zvýšíme na mocninu, výsledkem bude vždy kladné číslo.

2. Když zvýšíme záporné číslo na mocninu, máme dvě možné situace:

pokud je exponent sudé číslo, je výsledek kladný.

pokud je exponent liché číslo, je výsledek záporný.

left parenthesis negative a right parenthesis to the power of n equals open curly brackets table attributes columnalign left end attributes row cell space space space a to the power of n comma space n minus p a r end cell row cell negative a to the power of n comma space n minus i m p a r end cell end table close a element of straight integer numbers to the power of asterisk times comma space n element of straight natural numbers

*Příklady:*

*left parenthesis negative 2 right parenthesis to the power of 5 equals negative 32
left parenthesis negative 2 right parenthesis to the power of 6 equals 64
left parenthesis negative 1 right parenthesis to the power of 2015 equals negative 1
left parenthesis negative 1 right parenthesis to the power of 2016 equals 1*

*Pravidla pro výpočet výkonu*

a to the power of m times a to the power of n equals a to the power of m plus n end exponent space left parenthesis a element of straight integer numbers to the power of asterisk times comma space m comma space n element of straight natural numbers right parenthesis

a to the power of m colon a to the power of n equals a to the power of m minus n end exponent space left parenthesis a element of straight integer numbers to the power of asterisk times comma space m comma space n element of straight natural numbers comma space m greater or equal than n right parenthesis

open parentheses a to the power of m close parentheses to the power of n equals a to the power of m times n end exponent space left parenthesis a element of straight integer numbers to the power of asterisk times comma space m comma space n element of straight natural numbers right parenthesis

a to the power of m times b to the power of m equals left parenthesis a times b right parenthesis to the power of m space left parenthesis a comma b element of straight integer numbers to the power of asterisk times comma space m element of straight natural numbers right parenthesis

a to the power of m colon b to the power of m equals left parenthesis a colon b right parenthesis to the power of m space left parenthesis a comma b element of straight integer numbers to the power of asterisk times comma space m element of straight natural numbers right parenthesis

a to the power of 0 equals 1 space left parenthesis a element of straight integer numbers to the power of asterisk times right parenthesis

a to the power of 1 equals a space left parenthesis a element of straight integer numbers to the power of asterisk times right parenthesis

#### Pořadí provádění celočíselných operací

Pořadí operací s celými čísly je stejné jako s přirozenými čísly:

nejprve vypočítáme exponenciály (operace 3. řádu)

pak provádíme násobení a dělení (operace 2. řádu)

na konci provádíme sčítání a odčítání (operace prvního řádu).

Pokud máme v úloze také závorky, provedeme nejprve operace v kulatých závorkách, pak operace v hranatých závorkách a nakonec závorky.

***Aplikace***

Nákupní centrum má 8 podlaží: přízemí, 5 podlaží, mezanin a podzemní parkoviště. Osoba ve 4. patře sestupuje o 6 úrovní níže. Do jaké úrovně se dostala?

*Řešení:*

Těchto 8 úrovní znázorňujeme na svislé "ose". Osoba, která se nachází ve 4. patře a sestoupí o 6 pater níže, se dostane do podzemního parkoviště.

5

5. patro

4

4. patro

3

Patro 3

2

Patro 2

1

Patro 1

0

Přízemí

-1

Polosuterén

-2

Parkování

#### Řešení úloh s rovnicemi/rovnicemi v kontextu celých čísel

A1. Sfygmomanometr spolu s baterií stojí 155 lei, přičemž sfygmomanometr je o 135 lei dražší než baterie. Určete cenu baterie a cenu tenzometru následujícím postupem:

Pomocí segmentového zobrazení, které je dáno;

Nechť černá úsečka je cena tenzometru a modrá úsečka je cena baterie.

Buď segment červeně, cena 2, tj. 155 lei. Zelený segment představuje 135 lei.

Označte x cenu baterie v lei, vyjádřete cenu tenzometru jako funkci ceny baterie, sestavte rovnici, která vyjadřuje problém v matematickém jazyce, vyřešte rovnici a formulujte odpověď. Nakonec zkontrolujte získané ceny.

A2. Tři po sobě jdoucí přirozená čísla mají součet menší než 19. Určete tato tři čísla provedením následujících kroků:

a) Označte x nejmenší číslo a vyjádřete s jeho pomocí další dvě čísla;

b) Vytvořte nerovnost, která vyjadřuje problém v matematickém jazyce, a vyřešte ji.

nerovnosti;

c) Formulujte odpověď;

d) Zkontrolujte získané výsledky;

e) Určete, jaká jiná neznámá mohla být označena x, a v tomto případě úlohu vyřešte;

f) Vyřešit problém dalšími studovanými metodami (obrazově, experimentálně atd.).

*Postup při řešení problémů pomocí rovnic (nerovnic) je následující:*

1. Identifikace známých a neznámých údajů ze zadání problému.

2. Stanovení neznámé (obvykle označované x) a vyjádření ostatních neznámých (pokud existují) pomocí této neznámé.

3. Vytvoření rovnice / nerovnice, která přepisuje problém do matematického jazyka.

4. Řešení rovnice / nerovnice.

5. Interpretace řešení a formulace odpovědi na problém.

6. Kontrola řešení získaných v počátečním (nezpracovaném) tvaru úlohy.

***Příklad:***

V obchodě jsem si koupila bonbony, oplatky a džus a zaplatila celkem 123 lei. Oplatky byly o 9 lei levnější než dvojnásobné množství bonbonů a džus byl o 6 lei dražší než trojnásobné množství bonbonů. Kolik stál každý z nich?

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Krok 1. Identifikace známých a neznámých údajů ze zadání problému.

Známe: celkové náklady a ceny oplatek a džusu ve srovnání s cenou cukrovinek.

Krok 2. Stanovení neznámé (obvykle označované x) a vyjádření ostatních neznámých (pokud existují) pomocí ní. Označíme x cenu bonbónů. Pak cena oplatek, která je o 9 nižší než dvojnásobek ceny bonbonů, je 2x - 9 a cena džusu, která je o 6 vyšší než trojnásobek ceny bonbonů, je 3x + 6.

Krok 3. Vytvoření rovnice / nerovnice, která přepisuje problém do matematického jazyka. Z toho, že celková částka je 123, odvodíme, že x + (2x - 9) + (3x + 6) = 123.

Krok 4. Řešení rovnice / nerovnice.

x + 2x - 9 + 3x + 6 = 123 ⇔ 6x - 3 = 123 ⇔ 6x = 126 și x = 21.

Krok 5. Interpretujte řešení a formulujte odpověď na problém. Bonbóny stojí 21 lei, oplatky 2 21 - 9 = 42 - 9 = 33 lei a džus 3 21 + 6 = 63 + 6 = 69 lei.

Krok 6. Kontrola řešení získaných v počáteční (nezpracované) podobě problému. Vypočítáme celkovou částku: 21 + 33 + 69 = 33 + 90 = 123. Stanovené náklady jsou tedy správné.

Divadelní klub vybírá vstupné na představení ve výši 4 € na studenta. Klub si od rodičů půjčil 400 € na kostýmy, tělocvičnu a spotřební materiál. Po představení vrátil půjčku rodičům a zůstalo mu 100 eur. Kolik diváků bylo na představení?

Stanovme známé údaje, neznámou, neznámou, kterou označíme x, rovnici. Rovnici vyřešíme a řešení interpretujeme.

Najděte dvě celá čísla s vědomím, že jedno je trojnásobkem druhého a jejich součet je roven -36.

Řešení: Pokud jedno z čísel označíme x a druhé 3x, dostaneme rovnici

x + 3 x = - 36. Když tedy ke každému členu přičteme 2, dostaneme 4 x = - 36. Číslo je tedy x

= - 36 : 4 = - 9 a druhý je - 9 3 = - 27. Skutečně, - 9 + 3 (- 9) = - 36.

Odečteme-li od součinu celého čísla a čísla 3 číslo 2, získáme číslo mezi -8 a 7. Najděte celá čísla, která tuto podmínku potvrzují.

Řešení: Podmínka v příkazu je zapsána ve tvaru:

- 8 < 3 x - 2 < 7. Odtud odvozujeme, že - 8 + 2 < 3x < 7 + 2 - 6 < 3x < 9 și - 2 < x < 3. Takže - 2 < x < 3.

x poate fi- 1, 0, 1, 2.

#### Pracovní list

1. Součet celého čísla a čísla 130 je -15. Určuje celé číslo.

2. Rozdíl mezi číslem 59 a celým číslem je 19. Určete celé číslo.

3. Součin celého čísla a čísla -7 je 56. Určete celé číslo.

4. Kvocient mezi celým číslem a číslem 8 je -3. Určuje celé číslo.

5. Najděte záporná celá čísla, jejichž součet s číslem 3 dává alespoň -1.

6. Najděte celá kladná čísla, od kterých když odečtete 5, dostanete nejvýše 2.

7. Pokud se k číslu 3 přičte dvojnásobek celého čísla, výsledkem je číslo mezi -5 a 5. Zjistěte tato čísla.

8. Najděte celá čísla, jejichž modus je menší než 5 než 13.

9. Najděte celá čísla, jejichž modus je - 5 menší než -2.

10. Najděte celá čísla, jejichž modus je o 3 větší než 7.

11. Určete největší záporné celé číslo, které po dělení číslem 5 a 7 dává zbytek 1.

12. Aritmetický průměr čísel 2, x, -6 a 8 je 2. Najděte celé číslo x.

13. Aritmetický průměr tří celých čísel je 4. Najděte jedno z čísel, když víte, že aritmetický průměr ostatních dvou je -2.

14. Najděte celé číslo, jehož přičtením k číslům 15, 21 a 18 se jejich ritmetický průměr zvětší o 2.

15. Pokud v každé lavici třídy sedí 2 žáci, zůstávají stát 3 žáci, a pokud jsou v lavici umístěni 3 žáci, zůstávají volné 4 lavice. Kolik lavic a kolik studentů je ve třídě?

16. Vstupenka do kina stojí 18 lei a do divadla 45 lei. Zjistěte, kolik lístků do divadla je možné koupit za částku zaplacenou za 5 lístků do kina.

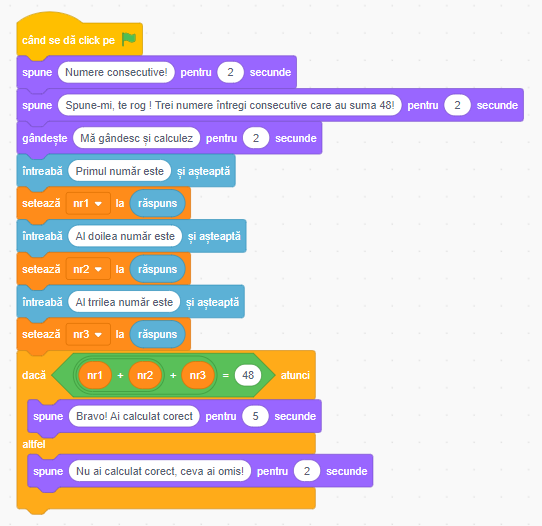
17. Součet tří po sobě jdoucích lichých celých čísel je -33. Určete tato tři čísla.

#### Projekt Scratch

Vymodelujte následující scénář: Na zeleném pozadí s nadpisem "Pořadová čísla" říká postava: "Řekněte mi to, prosím! Tři po sobě jdoucí celá čísla, jejichž součet je 48 (kde 48 je náhodně vybrané číslo do 1000). A čeká na odpověď (seznam oddělený čárkou), po níž následuje příslušný komentář "Bravo !" nebo "Whoah! To muselo být ..." (následovaný správnou hodnotou, v našem případě by to bylo 15,16,17).

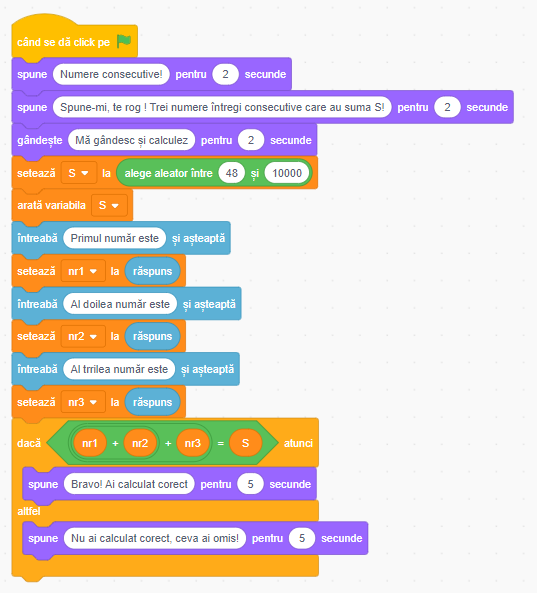
Realizace projektu:

Vím, že součet je 48



|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Náhodná kalkulačka vybere číslo v rozmezí 48 až 1000



#### Zdroje

<http://fs.unm.edu/EnciclopediaNumerelor.pdf>

<https://drive.google.com/file/d/1sdynPztLBAxrSM1I7--UhevQkjp7zwpO/view> **- edupedu manuál**

<https://www.matera.ro/2019/12/numere-intregi/>

#### Hodnotící test - model 1

Jsou následující věty pravdivé, nebo nepravdivé?

(-19) + (-43) = -56

(-81) : (+27) = -3

(-3)2 2 - (-2)3  = -26 (6p)

Součet 7 po sobě jdoucích celých čísel je roven 0. Zakroužkujte správnou odpověď:

součin čísel je -3;

součin čísel je 0;

součin těchto čísel je 3;

součin čísel je -1: (6p)

Přiřaďte číslo odpovídající každé rovnici ve sloupci A k písmenu odpovídajícímu řešení ve sloupci **B**:

|  |  |
| --- | --- |
| **A**  4x+3=6x-7  -2 x-8=4x+4  |x|=4  6x-2=4  x:5= -3 | **B**  -2  -15  1  5  -4; +4 (5p) |

a) Celé číslo rovnající se jeho opačné hodnotě je........

b) Součet mezi celým číslem a jeho opakem je...............

c) Součin dvou celých čísel je 0 if.............. (6p)

Vyplňte následující cvičení:

Určete celočíselné hodnoty x, pro které platí . (6p)

Řešení rovnice . (7p)

Buď davy lidí: A=

B= {

Vypočítejte A B (14p)

*Pracovní doba 50 min.*

*CELKEM 50 pencí.*

**ORREČNÍ STUPNICE**

a) nepravdivé 2p

b) pravda 2p

c) nepravdivé 2p

Zakroužkovat odpověď b) 6p

Pro dvojice: 1→d 1p

2→a 1p

3→e 1p

4→c 1p

5→b 1p

a) 0 2p

b) 0 2p

c) pokud je jedno z čísel rovno 0 2p

I. x D 2p8

x {±1; ±2; ±4; ±8 4p

II. | 10 2p

2(3x+1)=5(x+7)-50 2p

6x+2=5x+35-50 1p

6x-5x=35-50-2 1p

x=-17 1p

III. 2x-5>-15

2x>-10 2p

x>-5 2p

A = {-4; -3; -2; -1; 0;.................. 2p

3x+1≤8

3x≤7 2p

x≤ 2p

B = {....................-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2 2p

A B= {-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2 2p

***Nomogram testu s položkami z programu.***

Celkem 50 pencí. Pro třídu 5 jsme stanovili 50 % celkové částky.

Chart, diagram

Description automatically generated with medium confidence Takže 

Testu se zúčastnilo celkem 24 studentů.

Získané známky se řídí bodovým hodnocením:

Třída 5 \_ \_ \_ \_ \_ \_ - 2 třídy

6 \_ \_ \_ \_ \_ \_ - 4 známky

7 \_ \_ \_ \_ \_ \_ - 6 poznámek

8 \_ \_ \_ \_ \_ \_ - 5 bodů

9 \_ \_ \_ \_ \_ \_ - 4 třídy

10 \_ \_ \_ \_ \_ \_ - 3 poznámky

Křivka hodnocení:

Chart, engineering drawing, line chart

Description automatically generated with medium confidence

**Analýza výsledků administrace hodnotících testů**

1. Motivace

V testu, který jsem provedla, jsem zohlednila obsah požadovaný v učebních osnovách pro diplomovou práci s jedním předmětem v oboru matematika, 7. ročník, v 1. pololetí.

Tento dojmologický test jsem sestavil s cílem ověřit výkony studentů, abych podpořil diplomovou práci s jedním tématem. Sledovali jsme také měření míry znalosti obsahu obsaženého ve vyučovací jednotce: "Celá čísla".

2. Formulace cílů hodnocení.

Po absolvování této učební jednotky je student schopen:

Prokázat, že zvládl obsah učební jednotky;

Všimnout si a zdůvodnit souvislosti, které lze mezi jednotlivými body učební jednotky nalézt;

Vytvořit souvztažnost mezi jednotlivými body učební jednotky;

Vybrat ze seznamu vzorců ty, které jsou vhodné pro daný test;

Napsat strukturovanou esej.

3. Pracovní předpoklady

Reprezentativní obsah týkající se řešení problémů v položkách byl vybrán ze školních osnov. Intelektové schopnosti žáků převyšují průměrnou úroveň. Všichni žáci ve třídě mohou získat známky vyšší než 5.

4. Zkušenost s testem

Byla provedena na vzorku 24 žáků 7. A třídy z Národní školy Eleny Cuzy, sektor 6, Bukurešť.

**F. Statistická analýza a zlepšení testů**

Počet testovaných studentů: 24

Vážený průměr:

A picture containing text

Description automatically generatedA picture containing text

Description automatically generated= =A picture containing text, watch

Description automatically generated =7,58

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Poznámka | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Počet poznámek | 2 | 4 | 6 | 5 | 4 | 3 |

Výsledky podle položek:

Test obsahoval všechny kategorie položek.

***1.***

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Kategorie položky | Typ položky | Č. správná řešení | Úspěšnost |
| Námitka | S dvojí volbou | 24 | 100% |

Znění premisy, klíče a distraktorů bylo správné.

Závěr: Vzhledem k tomu, že všechny odpovědi žáků byly správné, lze konstatovat, že vybrané položky neodpovídaly úrovni predispozic žáků hodnocené třídy.

Doporučení: formulace položek, u nichž je třeba požadovat složitější myšlenkové operace.

***2.***

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Kategorie položky | Typ položky | Č. správná řešení | Úspěšnost |
| Námitka | Vícenásobná volba | 21 | 87,5% |

Položky byly formulovány správně.

Předpoklady a odpovědi byly na stejné straně.

Závěr: Požadované položky byly na úrovni predispozic žáků hodnocené třídy.

Doporučení: formulovat některé položky tak, aby vyžadovaly složitější myšlenkové operace.

***3.***

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Kategorie položky | Typ položky | Č. správná řešení | Úspěšnost |
| Námitka | páření | 18 | 75% |

Položky byly formulovány správně, návrhy ve druhém sloupci byly věrohodné a předvídaly chyby ve výpočtu, které se mohou vyskytnout.

Závěr: nejčastější chyby se vyskytovaly při předávání výrazů z jednoho člena na druhého.

Doporučení: ve třídě bude provedeno několik cvičení tohoto typu.

***4.***

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Kategorie položky | Typ položky | Č. správná řešení | Úspěšnost |
| S otevřenou odpovědí | neúplné | 16 | 66,6% |

Položky byly formulovány jasně a umožňovaly také jasné odpovědi bez rizika nejednoznačnosti.

Závěr: Zmatky v odpovědích dokazují, že osvojení informací není dostatečné a vyžaduje větší pozornost.

Doporučení: bude trvat na aktualizaci znalostí týkajících se operací s celými čísly.

***5.***

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Kategorie položky | Typ položky | Č. správná řešení | Úspěšnost |
| S otevřenou odpovědí | plně rozvinutá | 5 | 25% |

Toto poslední téma bylo strukturováno do dílčích bodů. Na první bod tohoto tématu odpovědělo správně 23 studentů.

U položky II odpovědělo správně 16 studentů, 5 studentů se spletlo až na konci.

Položka III však činila studentům větší problémy.

Doporučení: provést v hodině několik cvičení typu bodu III a vrátit se k pojmům o množinách a operacích s množinami.

#### Hodnotící test - model 2

**1p 1.** a) Napište opak čísla +124

b) Napište modul čísla | -76 |

**1p 2**. Napište celá čísla větší nebo rovna -3 a menší nebo rovna 1.

**1p 3**. Seřaďte následující celá čísla vzestupně: -2; 0; -7; +4; 12; -11; +7; -8

**2p 4**. Umístěte jedno ze znamének >, <, = tak, aby níže uvedené věty byly pravdivé:

- 5 -4 b) - 1 1 c) 0 -3 d) 1 | -8 |

**2p 5.** Vypočítejte:

a) (+4) + (-9) = f) ( -40) : ( -10)=

b) (+1) - (-7)= g) (-2) =2

c) -15-6 = h) 2015 = 0

d) -9 + │-3│= i) -5 =2

e) (- 6) ∙( +7) = j) (-3)37 :(-3)35 =

**3p 6.** Vypočítejte:

a) 

b) 

c) - =

d) 

e) (-2)101 :299-10∙{ -3-3∙[(-3)5:34 -2]}