

Vektorový formát v 3D souřadnicovém systému

Obsah

[Vektory ve 3D prostoru](#_heading=h.gjdgxs)  **3**

[Co je to 3D vektor?](#_heading=h.30j0zll)  3

[Komponenty 3D vektoru](#_heading=h.u4lq2kj9idry)  3

[Velikost](#_heading=h.ro7bofwj0rqx)  3

[Směr](#_heading=h.fn6cxjlbjngb)  4

[Vektorový formát](#_heading=h.uisqedrey7wy)  **4**

[Kartézský souřadnicový systém](#_heading=h.uyaanh6etpff)  4

[Jednotkové vektory kartézského souřadnicového systému](#_heading=h.rylmbg4d7bw)  5

[Operace](#_heading=h.n33lzrpbqx6q)  5

[Válcový souřadnicový systém](#_heading=h.8ismeonbl6h0)  6

[Homogenní souřadnicový systém](#_heading=h.d4f78cfl9mq5)  7

Kardinalita 8

Vektory a roviny 8

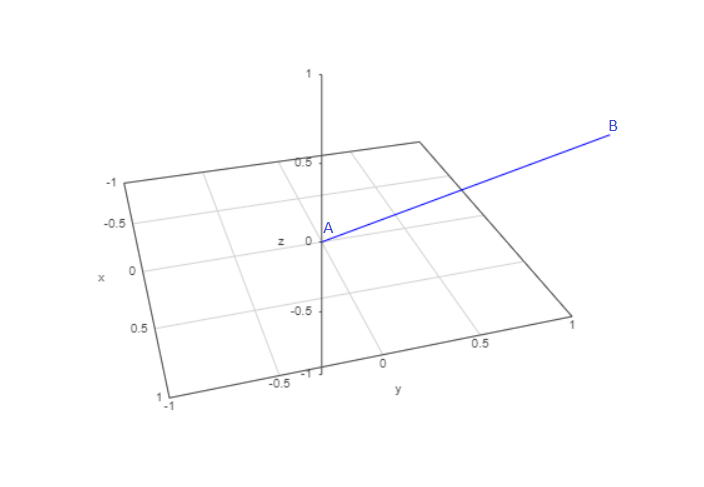
Vyřešené problémy **9**

Reference **11**

# Vektory ve 3D prostoru

## Co je to 3D vektor?

## 3D vektor je reprezentován v trojrozměrném souřadnicovém systému jako úsečka běžící z bodu A do bodu B.



**Obrázek 1** . Vektorové znázornění v 3D kartézském souřadnicovém systému

## Komponenty 3D vektoru

## V 3D prostředí pracujeme se třemi souřadnicovými základnami: osou x, osou y a osou z.

## Pro tento úvod předpokládáme, že bod A bude (0,0,0) a napíšeme vektor tak, že poskytneme informaci o bodu B.

→

←toto je vektor, který jde od (0,0,0) do (1,2,-3)

### Velikost

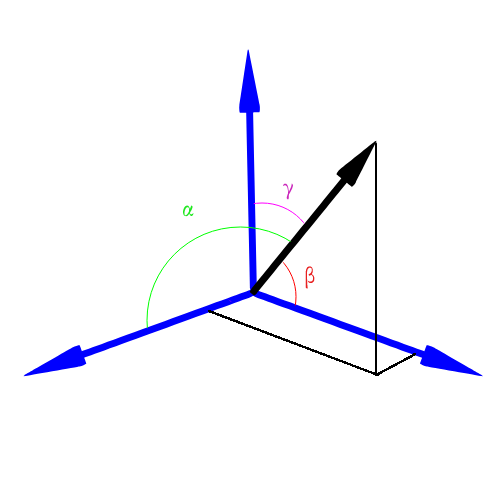
## Velikost 3D vektoru, podobně jako 2D vektoru, je délka segmentu, který jej definuje. Vždy je to kladné číslo. Nulový vektor je jediný vektor s velikostí rovnou 0.

## Vzorec pro výpočet velikosti 3D vektoru je následující:

## → →

### Směr

Každý 3D vektor má také směr, který je definován jako úhel, který svírá vektor se třemi vektory v kanonické bázi, kterými jsou (1,0,0), (0,1,0) a (0,0, 1).



**Obrázek 2** . α, β a γ jsou úhly, které svírá vektor u s každou osou

# Vektorový formát

## Kartézský souřadnicový systém

Standardní kartézský souřadnicový systém se skládá ze tří os (x,y,z), které jsou vzájemně kolmé. Pomocí těchto os lze každému bodu v prostoru přiřadit tři souřadnice:

Jak již bylo řečeno, souřadnice vektoru v přiřadíme tak, že jeho konec ( bod A ) přiřadíme k počátku a souřadnice bodu zapíšeme na jeho hlavu ( bod B ). Zápis:

označuje, že vektor v lze popsat třemi reálnými souřadnicemi.

Existují dva různé typy kartézských souřadnic: **pravotočivé** a **levotočivé** , v závislosti na směru osy z.

### Jednotkové vektory kartézského souřadnicového systému

3D vektor lze označit vzhledem k jednotkovým vektorům **i =** (1,0,0), **j =** (0,1,0) ak **=** (0,0,1). Toto jsou jednotkové vektory reprezentující osu x, osu y a osu z. 3D vektor lze vyjádřit jako součet těchto tří vektorů, z nichž každý je *vážený* odpovídající hodnotou v x, y a z:

## → → → →

### Operace

Matematické operace mezi trojrozměrnými vektory se provádějí po jednotlivých složkách.

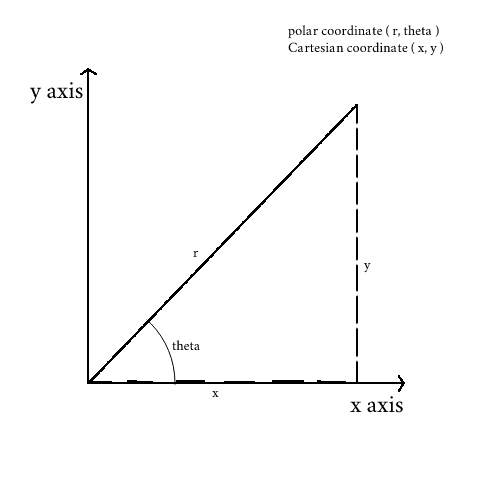
**Součet:**

**Rozdíl:**

**Násobení číslem:**

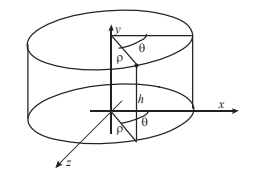
## Válcový souřadnicový systém

Ve 2D polární souřadnicový systém identifikuje bod v rovině dvojicí souřadnic, první je délka přímky **r** spojující bod s počátkem, druhá je úhel **θ** , který tato přímka svírá s pevnou čára (obvykle osa x).



**Obrázek 3** . 2D polární souřadnicový systém ( r, θ ) a kartézský souřadnicový systém ( x, y )

k polárním souřadnicím výšku **h .**



**Obrázek 4** . Válcová soustava souřadnic ( ρ , θ, h ) [1]

## Homogenní souřadnicový systém

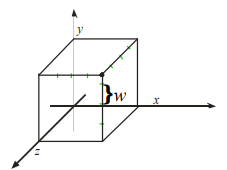
V homogenním souřadnicovém systému je jeden bod popsán 4 čísly **x,y,z** a **w** . Zatímco x, y a z jsou standardní kartézské souřadnice, w lze vidět jako měřítko. V tomto systému jeden bod odpovídá více než jedné jediné čtveřici.

Chcete-li získat kartézský ekvivalent, musíte vydělit první tři složky poslední:

(2,2,2,1) → (2/1, 2/1, 2/1) → (2,2,2)

(1,1,1,0.5) → (1/0.5, 1/0.5, 1/0.5) → (2,2,2)

(4,4,4,2) → (4/2, 4/2, 4/2) → (2,2,2)



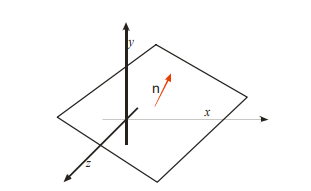
**Obrázek 5** . Homogenní souřadnicový systém ( x,y,z,w ) [1]

## Kardinalita

Jak jsme pochopili z předchozích kapitol, existuje více než jedna metoda reprezentace vektoru ve 3D prostoru. Vektor je vždy reprezentován kolekcí čísel, kterým říkáme **komponenty** . Počet složek vektoru se nazývá jeho **mohutnost** (neboli dimenze). Vektor s mohutností 3 může být použit k reprezentaci v kartézském souřadnicovém systému nebo ve válcovém souřadnicovém systému, zatímco vektor s mohutností 4 může být použit k reprezentaci v Homogenním souřadnicovém systému.

## Vektory a roviny

Vektory lze také použít k identifikaci roviny uvnitř 3D prostoru, konkrétněji vektor, který je kolmý k povrchu roviny, jednoznačně identifikuje druhou rovinu a nazývá se **normální** .



**Obrázek 6** . Vektor **n** je kolmý k povrchu roviny a nazývá se **normálový** [1]

# 

# Vyřešené problémy

1. Vypočítejte velikost následujících vektorů vyjádřených v kartézském souřadnicovém systému:

* [ ]
* [ ]
* [ ]
* [ ]

1. Vypočítejte následující vektorové operace:

* [ ]

x = 1+3; y = 2+3; z = 4+3

* [ ]

x = 5-1; y = 1-1; z = 1+0

* [ ]

x = 8-3; y = 15-63; z = 10-10

* [ ]

x = 1-3; y = -1-6; z = 5-0

* [ ]

x = 3\*1; y = 3\*2; z = 3\*6

* [ ]

x = -1\*5; y = -1\*4; z = -1\*-1

1. Získejte kartézský ekvivalent následujících vektorů vyjádřený pomocí homogenního souřadnicového systému:

* [ ]

(3/1, 3/1, 3/1)

* [ ]

(2/2, 4/2, 2/2)

* [ ]

(15/5, 5/5, 10/5)

* [ ]

(4/2, -5/2, 3/2)

* [ ]

(2/(5/2), 4/(5/2), 5/(5/2))

(2\*⅖, 4\*⅖, 5\*⅖)

# Reference

[1]: <http://www.di.unito.it/~marcog/IG/2003/Lezione10.pdf>