

Γεωμετρικές κατασκευές

Σχολική τάξη: Κ8/Κ9

Πίνακας περιεχομένων

Γεωμετρικές κατασκευές 3

Κάθετη διχοτόμος 4

Παράλληλες γραμμές 6

Διχοτόμος γωνίας 10

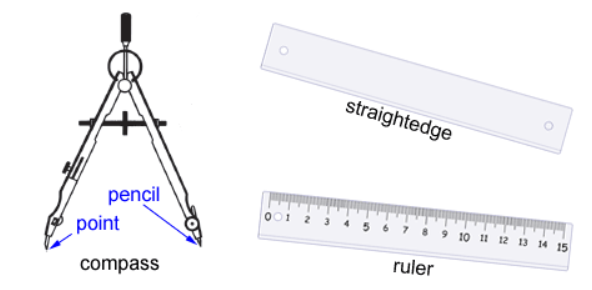
Κατασκευή γωνιών με χρήση μοιρογνωμόνιου 11

Παραδείγματα 12

[βιβλιογραφικές αναφορές](#_2et92p0) 16

# Γεωμετρικές κατασκευές

Καθώς είστε εξοικειωμένοι με διάφορα σχήματα, μπορείτε να τα σχεδιάσετε με τα χέρια σας. Γνωρίζετε καλά τις γεωμετρικές κατασκευές ενός ευθύγραμμου τμήματος μιας συγκεκριμένης μέτρησης, ενός τετραγώνου, ενός ορθογωνίου ή ενός τριγώνου με τη βοήθεια ενός χάρακα. Σε αυτή την ενότητα, θα μάθουμε μερικές ακόμη γεωμετρικές κατασκευές με τη βοήθεια μιας πυξίδας, ενός χάρακα και (μερικές φορές ενός μοιρογνωμόνιου). Θα μάθετε για τον τρόπο κατασκευής της κάθετης διχοτόμου, της διχοτόμου γωνίας και των παράλληλων ευθειών.



Obrázok, na ktorom je text, zariadenie, kompas

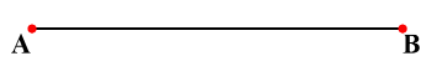
Automaticky generovaný popis

**Μοιρογνωμόνιο**

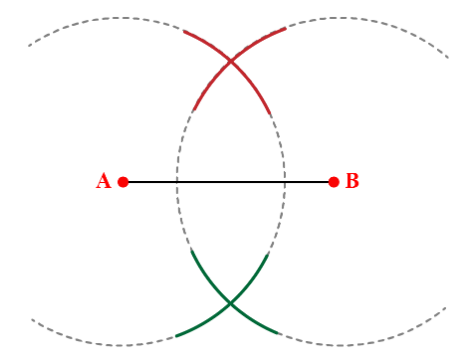
**Κάθετη διχοτόμος**

Για να πραγματοποιήσουμε αυτήν την κατασκευή, θα χρησιμοποιήσουμε το γεγονός ότι οποιοδήποτε σημείο της κάθετης διχοτόμου ενός ευθύγραμμου τμήματος έχει ίση απόσταση από τα δύο τελικά σημεία του ευθύγραμμου τμήματος.

Ας υποθέσουμε ότι έχουμε ένα ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ



Λαμβάνοντας το Α και το Β ως κέντρα, και μια ακτίνα μεγαλύτερη από το μισό του ΑΒ, σχεδιάστε τόξα και στις δύο πλευρές του ΑΒ, για να τέμνονται μεταξύ τους, όπως φαίνεται παρακάτω.



Ο λόγος που απαιτείτε η ακτίνα των τόξων σας να είναι μεγαλύτερη από το μισό του AB είναι ότι εάν η ακτίνα είναι μικρότερη από το μισό του AB, τα τόξα δεν θα τέμνονται.

Έστω τα δύο σημεία της τομής που προκύπτουν είναι P και Q. Σχεδιάστε μια ευθεία μεταξύ των P και Q. Αυτή είναι η απαιτούμενη κάθετη διχοτόμος.

Obrázok, na ktorom je text, lietanie, pestrofarebné, čiara

Automaticky generovaný popis

Εδώ, το POQ είναι η μεσοκάθετος του ΑΒ.

**Παράλληλες γραμμές**

Αυτές οι δύο γραμμές είναι παράλληλες μεταξύ τους.

Obrázok, na ktorom je text, anténa, zariadenie

Automaticky generovaný popis

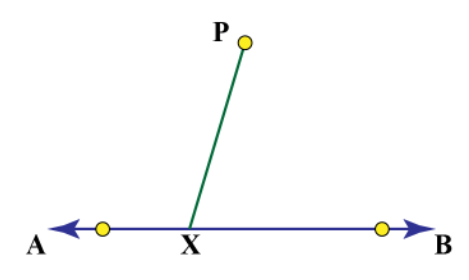
Θα μάθουμε πώς να κατασκευάζουμε παράλληλες γραμμές χρησιμοποιώντας χάρακα και πυξίδα.

Έστω ΑΒ ευθεία και Ρ σημείο εκτός της ευθείας ΑΒ

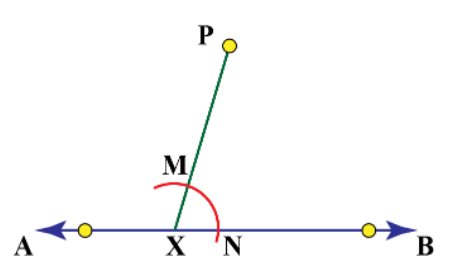
Obrázok, na ktorom je text, atletické hry, šport, tenis

Automaticky generovaný popis

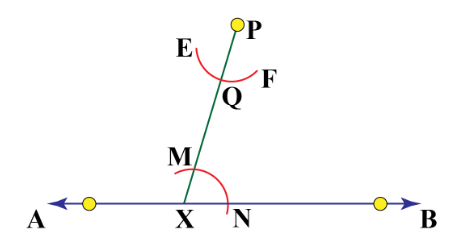
Σχεδιάστε μια εγκάρσια στο σημείο P που τέμνει την ευθεία AB, ας πούμε στο X.



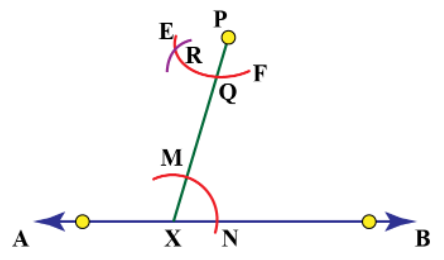
Λαμβάνοντας το Χ ως κέντρο και οποιαδήποτε ακτίνα, σχεδιάστε ένα τόξο που τέμνει το τμήμα PX στο M και AB στο σημείο N.



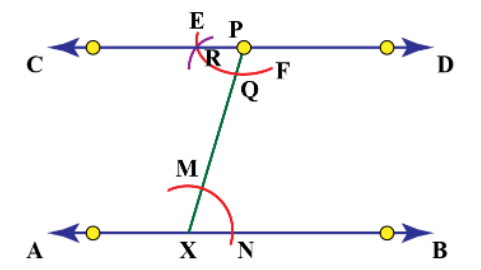
Τώρα, λαμβάνοντας το P ως κέντρο και την ίδια ακτίνα, σχεδιάστε ένα τόξο EF που τέμνει το τμήμα PX στο Q.



Λαμβάνοντας το Q ως κέντρο και την ίδια ακτίνα, σχεδιάστε ένα τόξο που τέμνει το τόξο EF στο R.



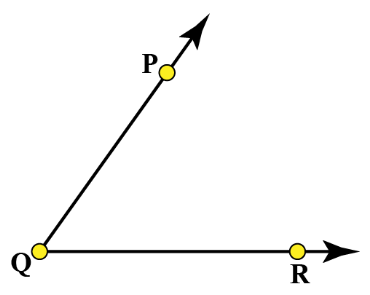
Ενώστε τα R και P και επεκτείνετε τα και στις δύο πλευρές για να σχεδιάσετε τη γραμμή CD



Εδώ, η γραμμή CD είναι παράλληλη με την ευθεία ΑΒ.

**Διχοτόμος γωνίας**

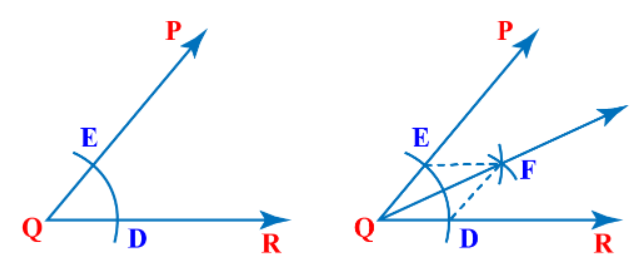
Ας υποθέσουμε ότι έχουμε∠PQR και θέλουμε να διχοτομήσουμε αυτή τη γωνία.



Έστω Q το κέντρο και με οποιαδήποτε ακτίνα, σχεδιάστε ένα τόξο που τέμνει την ακτίνα QP και QR, ας πούμε στα σημεία E και D αντίστοιχα.

Τώρα, παίρνοντας τα D και E ως κέντρα και την ίδια ακτίνα, σχεδιάστε τόξα που τέμνονται μεταξύ τους, λέμε στο F.

Σχεδιάστε την ακτίνα QF.



Εδώ, το QP είναι η διχοτόμος γωνίας του∠PQR.

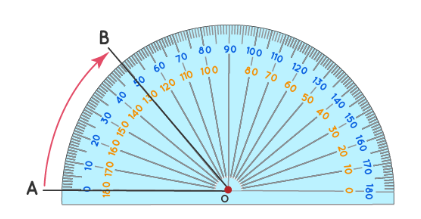
**Κατασκευή γωνιών με χρήση μοιρογνωμόνιου**

Μια γωνία μπορεί να κατασκευαστεί είτε χρησιμοποιώντας μοιρογνωμόνιο και χάρακα είτε πυξίδα και χάρακα. Ας δούμε τώρα τα βήματα κατασκευής μιας γωνίας 50° χρησιμοποιώντας ένα μοιρογνωμόνιο.

Σχεδιάστε ένα ευθύγραμμο τμήμα ΟΑ.

Τοποθετήστε το κέντρο του μοιρογνωμόνιου στο σημείο Ο.

Ξεκινώντας από το σημείο Α προς τη φορά των δεικτών του ρολογιού και σημειώστε ένα σημείο στις 50 μοίρες κοιτάζοντας τον εξωτερικό κύκλο του μοιρογνωμόνιου. Επισημάνετε αυτό το σημείο ως Β.

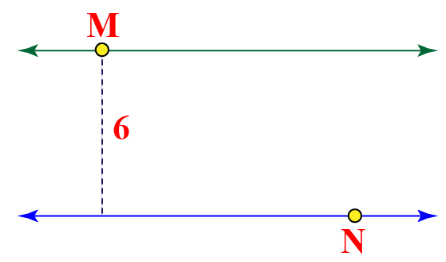


ο∠Το BOA είναι η απαιτούμενη γωνία 50°.

**Παράδειγμα 1**

Οι πράσινες και οι μπλε γραμμές είναι παράλληλες και το Μ και το Ν είναι σημεία στις πράσινες και μπλε γραμμές αντίστοιχα.

Εάν η μικρότερη απόσταση από το M έως την μπλε γραμμή είναι 6 μονάδες.



Ποια θα είναι η μικρότερη απόσταση από το Β έως την πράσινη γραμμή;

**Λύση**

Οι δεδομένες ευθείες είναι παράλληλες, άρα έχουν ίση απόσταση.

Αυτό σημαίνει ότι η κάθετη απόσταση από το M στην μπλε γραμμή είναι ίση με την κάθετη απόσταση από το N στην πράσινη γραμμή. Επομένως, αυτή η απόσταση είναι ίση με 6 μονάδες.

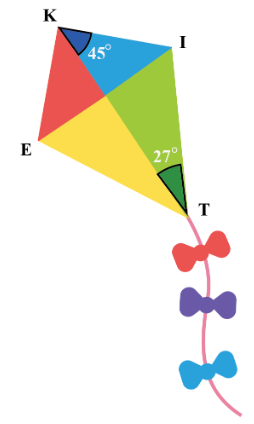
Στην πραγματικότητα, η μικρότερη απόσταση μεταξύ των δύο ευθειών είναι η κάθετη μεταξύ τους απόσταση.

Άρα, η μικρότερη απόσταση από το Β έως την πράσινη γραμμή είναι 6 μονάδες.

**Παράδειγμα 2**

Ο Ράιαν πετά χαρταετό.

Ο χαρταετός έχει δύο γωνίες διχοτομημένες όπως φαίνεται παρακάτω.



Μπορείτε να βρείτε τα μέτρα των γωνιών∠ΕΚΙ και∠ΙΤΕ;

**Λύση**

Οι γωνίες∠ΕΚΙ και∠Τα ITE διχοτομούνται από τη γραμμή KT↔.

Το KT↔ διαιρεί τις γωνίες ∠ΕΚΙ και ∠ITE σε δύο ίσες γωνίες αντίστοιχα.

Ετσι,

∠ΠΡΟΣΘΗΚΗ=2×45°=90°

και

∠ΙΤΕ=2×27°=54°

**Παράδειγμα 3**

Η κα Amy ζήτησε από τη Mia να δικαιολογήσει την κατασκευή μιας κάθετης διχοτόμου ενός ευθύγραμμου τμήματος.

Obrázok, na ktorom je text

Automaticky generovaný popis

Μπορείτε να τη βοηθήσετε να το δικαιολογήσει;

**Λύση**

Σε ΔPAQ και ΔPBQ:

1. PA = PB (τόξα ίσης ακτίνας)

2. QA = QB (και πάλι τόξα ίσης ακτίνας)

3. PQ = PQ (κοινό)

Με το κριτήριο SSS, τα δύοτα τρίγωνα είναι ίσα, το οποίο σημαίνει ότι

∠Ή =∠BPO

Στο ΔAPO με  ΔBPO:

1. PA = PB (τόξα ίσης ακτίνας)

2.∠Ή =∠BPO (μόλις εμφανίστηκε)

3. PO = PO (κοινό)

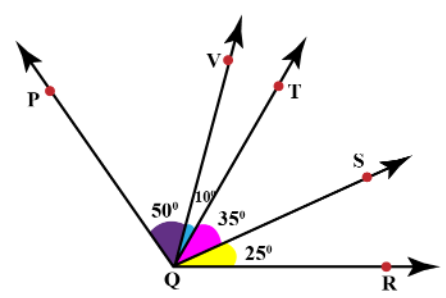
Με το κριτήριο SAS, τα δύο τρίγωνα είναι ίσα, που σημαίνει ότι AO = BO, και επίσης:

∠ΑΟΠ =∠BOP = 180°/2=90°

Το POQ είναι η μεσοκάθετος του ΑΒ.

**Παράδειγμα 4**

∠Το PQR χωρίζεται σε διαφορετικές γωνίες.



Μπορείτε να προσδιορίσετε τη διχοτόμο της γωνίας του∠PQR∠PQR;

**Λύση**

Σημειώσε ότι,

∠PQT=∠PQV+∠VQT=50°+10°=60°∠PQT=∠PQV+∠VQT=50°+10°=60°

∠TQR=∠TQS+∠SQR=35°+25°=60°∠TQR=∠TQS+∠SQR=35°+25°=60°

Αυτό σημαίνει ότι∠PQT=∠TQR

Άρα, η ακτίνα QT είναι η διχοτόμος γωνίας του ∠PQR.

# βιβλιογραφικές αναφορές

<https://www.cuemath.com/geometry/geometric-construction/>

<https://www.cuemath.com/geometry/construction-of-angles/>

<https://www.math.net/geometric-construction>

<https://www.mathsisfun.com/geometry/constructions.html>