

**Ακέραιοι αριθμοί**

Σχολική βαθμίδα: Κ7

**Ἀρχιμ.**

[Το σύνολο των ακεραίων 3](#_Toc125554304)

[Κάθε ακέραιος αριθμός αντιστοιχεί σε ένα σημείο στη γραμμή αριθμών. Ο αριθμός που σχετίζεται με το σημείο είναι η τετμημένη του (συντεταγμένη). 4](#_Toc125554305)

[Δύο ακέραιοι που διαφέρουν μόνο στο πρόσημό τους ονομάζονται αντίθετοι. Στον αριθμητικό άξονα, αντιπροσωπεύονται από δύο συμμετρικά σημεία σε σχέση με την αρχή O.4](#_Toc125554306)

[Η απόσταση από την αρχή μέχρι το σημείο μέσω του οποίου αναπαρίσταται ένας ακέραιος a, στη γραμμή αριθμών, ονομάζεται μέτρο του αριθμού a και συμβολίζεται |a|. 4](#_Toc125554307)

[Από δύο διαφορετικούς ακέραιους, ο μεγαλύτερος είναι αυτός στον άξονα που αναπαρίσταται στα δεξιά. Από δύο θετικούς (αρνητικούς) ακέραιους, αυτός με το μεγαλύτερο (μικρότερο) συντελεστή είναι μεγαλύτερος. Οποιοσδήποτε θετικός αριθμός είναι μεγαλύτερος από οποιονδήποτε αρνητικό αριθμό.. 5](#_Toc125554308)

[Σύγκριση και διάταξη ακεραίων 7](#_Toc125554309)

[Η απόλυτη τιμή ενός ακέραιου 8](#_Toc125554310)

[Ταξινόμηση ακεραίων 8](#_Toc125554311)

[Πράξεις με ακέραιους αριθμούς 9](#_Toc125554312)

[Πρόσθεση και αφαίρεση 9](#_Toc125554313)

[Πολλαπλασιασμός και διαίρεση 10](#_Toc125554314)

[Η σειρά εκτέλεσης ακεραίων πράξεων 12](#_Toc125554315)

[Επίλυση προβλημάτων με εξισώσεις/ανισότητες στο πλαίσιο ακέραιων αριθμών 13](#_Toc125554316)

[Φύλλο εργασίας 16](#_Toc125554317)

[Έργο Ξυστό 17](#_Toc125554318)

[Πηγές 19](#_Toc125554319)

[Δοκιμή αξιολόγησης – μοντέλο 1 20](#_Toc125554320)

[Δοκιμή αξιολόγησης – μοντέλο 2 28](#_Toc125554321)

Για πρακτικούς λόγους (μέτρηση της θερμοκρασίας, δημιουργία χαρτών τόσο των ορεινών περιοχών όσο και του βυθού των ωκεανών, εμφάνιση αξιοσημείωτων ιστορικών στιγμών) οι άνθρωποι έχουν προσθέσει στο σύνολο των φυσικών αριθμών N= {0, 1, 2, 3, ... , n, . ..} το σύνολο των αρνητικών ακεραίων Z-={...,-n ...,-3,-2,-1}, αποκτώντας:

#### Το σύνολο των ακεραίων

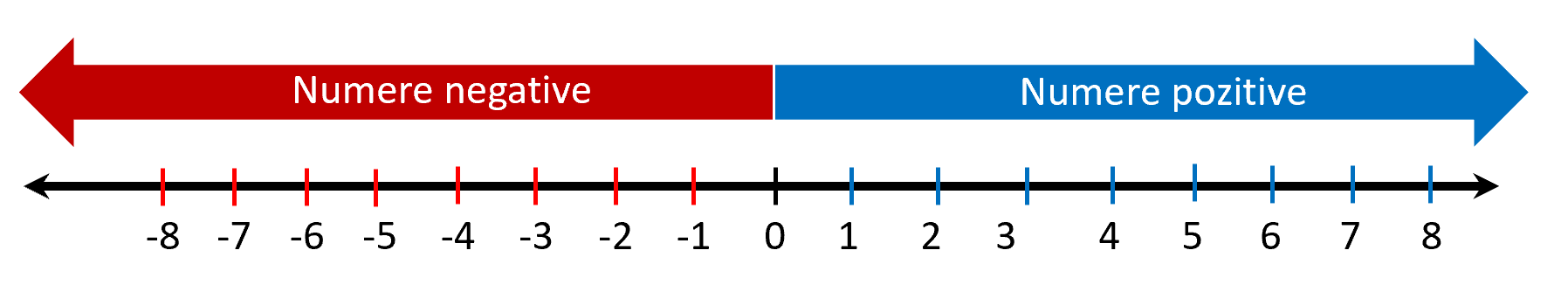
***Z****=*{...,-n ...,-3,-2,-1, 0, 1, 2, 3, ... , n, ...}.

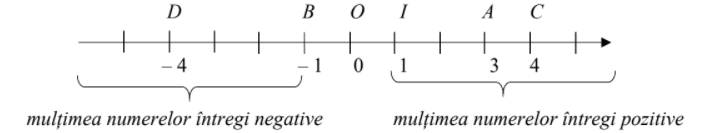
Το σύνολο των μη μηδενικών ακεραίων συμβολίζεται με ***Z\*=Z-{0}***

Δηλώνουμε με **Z** – το σύνολο των αρνητικών ακεραίων ***Z -***={ x ε Z | x<0}

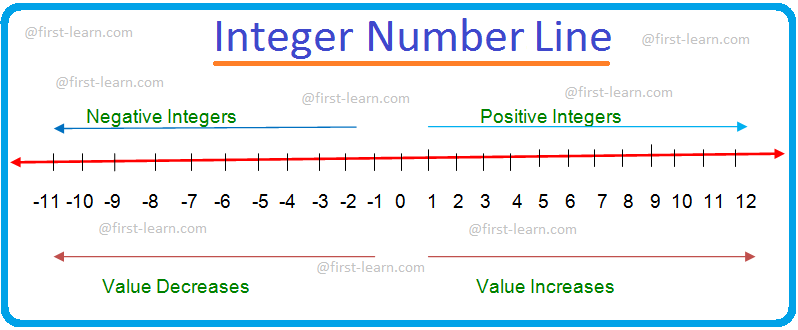
Δηλώνουμε με **Z +** το σύνολο των θετικών ακεραίων ***Z +***={ x ε Z | x>0}

Οι θετικοί ακέραιοι αντιστοιχούν σε φυσικούς αριθμούς και η γραφή του σημείου "+" μπροστά τους είναι προαιρετική.

Η εισαγωγή ακεραίων ήταν απαραίτητη για να είναι δυνατή η εκτέλεση της λειτουργίας αφαίρεσης. Στους κατώτερους βαθμούς, στους φυσικούς αριθμούς, μάθατε ότι δεν μπορούμε να αφαιρέσουμε 3-10. Αλλά στο σύνολο των ακεραίων, προκύπτει οποιαδήποτε πράξη αφαίρεσης.



Το σύνολο των αρνητικών ακεραίων Το σύνολο των θετικών ακεραίων



#### Κάθε ακέραιος αριθμός αντιστοιχεί σε ένα σημείο στη γραμμή αριθμών. Ο αριθμός που σχετίζεται με το σημείο είναι η τετμημένη του (συντεταγμένη).

Στον άξονα αριθμών στο παραπάνω σχέδιο, τα σημεία O (προέλευση), I, A, B, C και D έχουν τετμημένες 0, +1, +3, -1, +4, -4, αντίστοιχα, και γράφουμε O(0), I (+1), A(+3), B(–1), C(+4), D(–4).

#### Δύο ακέραιοι που διαφέρουν μόνο στο πρόσημό τους ονομάζονται αντίθετοι. Στον άξονα αριθμών, αντιπροσωπεύονται από δύο συμμετρικά σημεία σε σχέση με την αρχή Ο.

Παράδειγμα: +4 και -4 είναι αντίθετοι ακέραιοι και τα σημεία C και D, αντίστοιχα, μέσω των οποίων αναπαρίστανται στον άξονα είναι συμμετρικά για την αρχή O (ή O είναι το μέσο σημείο του CD τμήματος).

Σημείωση: Το αντίθετο του 0 είναι 0.

#### Η απόσταση από την αρχή μέχρι το σημείο μέσω του οποίου αναπαρίσταται ένας ακέραιος a, στη γραμμή αριθμών, ονομάζεται μέτρο του αριθμού a και συμβολίζεται |a|.

Παράδειγμα: Στο παραπάνω σχήμα η ενότητα του αριθμού +4 είναι ίση με την απόσταση από O έως A και γράφουμε |+4| = 4, και το μέτρο του αντιθέτου του, – 4, είναι ίσο με την απόσταση από το Ο στο Β και |–4| = 4.

Ομοίως παίρνουμε |0| = 0, |-1| = |+1|, |+3| = 3.

Σημείωση: Οι ενότητες δύο γειτονικών αριθμών είναι ίσες επειδή τα σημεία που τα αντιπροσωπεύουν στη γραμμή αριθμών βρίσκονται σε ίση απόσταση από την αρχή.

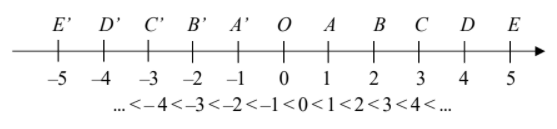
#### Από δύο διαφορετικούς ακέραιους, ο μεγαλύτερος είναι αυτός στον άξονα που αναπαρίσταται στα δεξιά. Από δύο θετικούς (αρνητικούς) ακέραιους, αυτός με το μεγαλύτερο (μικρότερο) συντελεστή είναι μεγαλύτερος. Οποιοσδήποτε θετικός αριθμός είναι μεγαλύτερος από οποιονδήποτε αρνητικό αριθμό. .

**Παραδείγματα:**

1) ***Συγκρίσεις***

α) –3 > –5 γιατί |–3| = 3 < 5 = |–5|.

β) -5 < +3 επειδή το σημείο C βρίσκεται στα δεξιά του σημείου Ε' στον άξονα ή επειδή το -5 είναι αρνητικό και το +5 είναι θετικό.

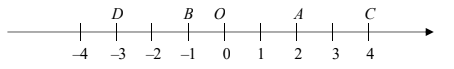


**2) Καθημερινά προβλήματα.**

**α)** Από δύο πολίτες που έχουν χρέη προς την τράπεζα, ο ένας 1000 και ο άλλος 2000 τραπεζικές μονάδες, ποιος θα έπρεπε να είναι πιο ψύχραιμος; Ας μοντελοποιήσουμε τις πληροφορίες στη γλώσσα των ακεραίων.

β) Δύο πολίτες έχουν, ο ένας κατάθεση 1000 στην τράπεζα και ο άλλος πίστωση 1000. Ποιο θα πρέπει να είναι πιο ήσυχο; Ας μοντελοποιήσουμε τις πληροφορίες στη γλώσσα των ακεραίων.

**3) Αντιγράψτε και αναπαραστήστε στον άξονα τα σημεία Α', Β', Γ', Δ', των οποίων οι τετμημένοι είναι, αντίστοιχα, τα αντίθετα των τετμημένων των σημείων Α, Β, Γ, Δ στο δεδομένο σχέδιο.**



***Επίλυση:***



Η τετμημένη του σημείου Α είναι 2 και το αντίθετο του 2 είναι - 2, οπότε θα αντιπροσωπεύουμε το σημείο Α' της τετμημένης - 2. Κατ' αναλογία, το σημείο Β έχει τετμημένη - 1, και το αντίθετο του - 1 είναι 1 και θα αντιπροσωπεύουμε το σημείο Β' της τετμημένης 1. το σημείο Γ έχει την τετμημένη 4 και το αντίθετό του είναι - 4 και θα αντιπροσωπεύουμε το σημείο Γ' της τετμημένης - 4. το σημείο Δ έχει τετμημένη – 3 και το αντίθετό του είναι 3 και θα αντιπροσωπεύουμε το σημείο Δ' της τετμημένης 3. Έτσι, λαμβάνουμε τα σημεία Α'(–2), Β'(1), Γ'(-4) και Δ'(3)..

**4) Προσδιορίστε τα σύνολα:**

****

***Επίλυση*:**

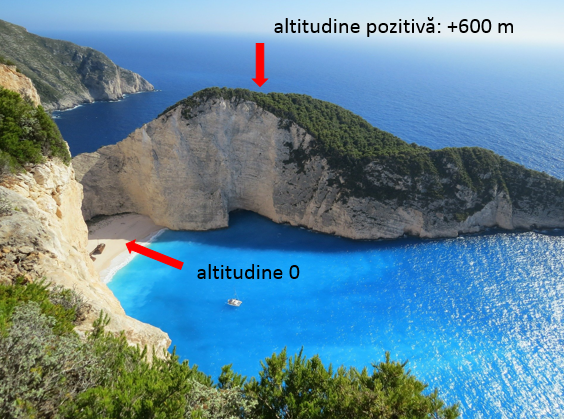
Οι ακέραιοι x των οποίων η απόσταση στον άξονα είναι μικρότερη ή ίση με 2 είναι οι θετικές 1 και 2, αλλά και οι αρνητικές –2 και –1, καθώς και ο ακέραιος 0. Συμπεραίνουμε ότι Α = {–2, –1, 0, 1, 2}. Εάν || < 4, τότε οι θετικοί ακέραιοι y είναι 1, 2 και 3, οι αρνητικοί – 1, – 2 και – 3, αλλά και 0. Παίρνουμε Β = {–3, –2, –1, 0, 1, 2, 3}. Πώς |z| > 0, για οποιονδήποτε μη μηδενικό ακέραιο, συμπεραίνουμε ότι C=Z\*.

**5) Οπαρακάτω πίνακας δείχνει τις θερμοκρασίες στις 8 η ώρα σε ένα μετεωρολογικό σταθμό κάθε εργάσιμη ημέρα του Φεβρουαρίου.**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Μέρα | Δευτέρα | Τρίτη | Τετάρτη | Πέμπτη | Παρασκευή | Σάββατο | Κυριακή |
| Θερμοκρασία ()℃ | -1 | -8 | -10 | -3 | 1 | 3 | 5 |

**Σύμφωνα με τον πίνακα, ο αριθμητικός μέσος όρος των θετικών θερμοκρασιών είναι ίσος με ...℃**

**6) Πρέπει να έχετε δει το χειμώνα, στην πρόγνωση του καιρού, ότι κάποιες θερμοκρασίες έχουν αρνητικό πρόσημο. Αυτές οι θερμοκρασίες είναι κάτω από μηδέν βαθμούς και για το λόγο αυτό θα τις ονομάσουμε αρνητικές θερμοκρασίες (π.χ. -7°C). Αντ 'αυτού, το καλοκαίρι θα έχουμε θετικές θερμοκρασίες, επειδή το καλοκαίρι η θερμοκρασία είναι υψηλότερη από 0 μοίρες (π.χ.: 25°C).**

****

Θετικό υψόμετρο: +600 m Αρνητικό υψόμετρο: -60 m

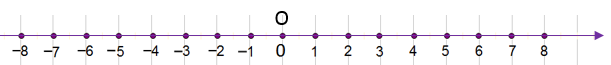
Το βαθύτερο σημείο στην επιφάνεια της γης είναι η Τάφρος των Μαριανών, στον Ειρηνικό Ωκεανό, με βάθος/υψόμετρο περίπου -11000 μέτρα. Το υψηλότερο μέρος είναι το όρος Έβερεστ, στα Ιμαλάια, με +8848 μ.

Οι θετικοί ακέραιοι αντιστοιχούν σε φυσικούς αριθμούς και γράφοντας το σύμβολο "+" μπροστά τους είναι optional.

Η εισαγωγή ακεραίων ήταν απαραίτητη για να είναι δυνατή η εκτέλεση της λειτουργίας αφαίρεσης. Στους κατώτερους βαθμούς, στους φυσικούς αριθμούς, μάθατε ότι δεν μπορούμε να αφαιρέσουμε 3-10. Αλλά στο σύνολο των ακεραίων, προκύπτει οποιαδήποτε πράξη αφαίρεσης.

#### Σύγκριση και ταξινόμηση ακεραίων

Σε μια ευθεία γραμμή καθορίζουμε ένα σημείο O που ονομάζεται προέλευση, μια μονάδα μέτρησης και μια θετική κατεύθυνση που υποδεικνύεται από το βέλος. Το σημείο O αντιστοιχεί στον αριθμό μηδέν. Έτσι αποκτούμε έναν άξονα αριθμών, στον οποίο θα αναπαραστήσουμε μερικούς ακέραιους αριθμούς. Δεν μπορούμε να τα αναπαραστήσουμε όλα, επειδή το σύνολο των ακεραίων είναι άπειρο.



**Το σύνολο των ακεραίων** είναι η ένωση του συνόλου των θετικών φυσικών αριθμών, των αντιθέτων τους (αρνητικοί αριθμοί) και του αριθμού 0.

ευθύγραμμοι ακέραιοι αριθμοί ισούται με ανοιχτές αγκύλες... διάστημα κόμμα μείον n διάστημα κόμμα... διάστημα κόμμα μείον 3 διάστημα κόμμα μείον 2 διάστημα κόμμα μείον 1 διάστημα κόμμα 0 διάστημα κόμμα 1 διάστημα κόμμα 2 διάστημα κόμμα 3 διάστημα κόμμα... διάστημα κόμμα n διάστημα κόμμα... κλείστε τα σγουρά στηρίγματα
ευθύγραμμοι ακέραιοι αριθμοί στη δύναμη του αστερίσκου φορές ισούται με ευθύγραμμους ακέραιους αριθμούς ανάστροφη κάθετο ανοιχτές αγκύλες 0 κοντινές αγκύλες κοντά

Η σχέση ένταξης πραγματοποιείται:

ευθύγραμμοι φυσικοί αριθμοί υποσύνολο ευθύγραμμων ακεραίων αριθμών.

Εάν ένας αριθμός προηγείται από ένα σύμβολο '+', τότε ο αριθμός είναι θετικός. Οι θετικοί αριθμοί βρίσκονται στον άξονα στα δεξιά του αριθμού 0.

Εάν ένας αριθμός προηγείται από ένα σύμβολο '-', τότε ο αριθμός είναι αρνητικός. Οι αρνητικοί αριθμοί βρίσκονται στον άξονα στα αριστερά του αριθμού 0.

*Σημείωση*: συμφωνούμε ότι το σύμβολο '+' μπροστά από τους θετικούς ακέραιους αριθμούς δεν πρέπει πλέον να γράφεται*.*

*Παράδειγμα:* +9 = 9; +37 = 37.

#### Η απόλυτη τιμή ενός ακέραιου

**Η απόλυτη τιμή** ή **μέτρο** ενός ακέραιου είναι η απόσταση από την αρχή έως τη θέση του στη γραμμή αριθμών.

*Παραδείγματα:*

άνοιγμα κατακόρυφης ράβδου αρνητική 2 κλείσιμο κατακόρυφη γραμμή ισούται με 2
άνοιγμα κάθετης ράβδου συν 4 κλείσιμο κάθετη γραμμή ισούται με 4
άνοιγμα κατακόρυφης ράβδου αρνητική 15 κλείσιμο κατακόρυφη γραμμή ισούται με 15
Άνοιγμα κατακόρυφης γραμμής 0 κλείσιμο Κατακόρυφη γραμμή ισούται με 0

**Το αντίθετο ενός ακέραιου** x είναι ο αριθμός -x, έτσι ώστε *x+ (-x) = (-x)+x = 0.*

*Παραδείγματα:*

το αντίθετο του αριθμού 3 είναι ο αριθμός -3

το αντίθετο του αριθμού -5 είναι ο αριθμός 5

Το αντίθετο από τον αριθμό 0 είναι 0

Δύο ακέραιοι είναι αντίθετοι αν έχουν αντίθετα πρόσδια και την ίδια απόλυτη τιμή.

Η απόλυτη τιμή ενός θετικού ακέραιου είναι αυτός ο αριθμός.

Η απόλυτη τιμή ενός αρνητικού ακέραιου είναι το αντίθετό της.

Επομένως, για οποιονδήποτε ακέραιο a, συμβαίνει:

Άνοιγμα κατακόρυφης γραμμής, κλείσιμο κατακόρυφη γραμμή ισούται με κενό διάστημα αριστερό περίβλημα Αρνητικό διάστημα κόμμα D A C ă διάστημα μικρότερο από 0
Διάστημα 0 διάστημα κόμμα D a c διάστημα a c ă διάστημα a ισούται με 0
διάστημα ένα διάστημα ένα διάστημα κόμμα d a c ă διάστημα μεγαλύτερο από 0. τελικό περίβλημα



#### Ταξινόμηση ακεραίων

Δύο ακέραιοι a και b βρίσκονται στη σχέση a < b αν, αναπαριστώντας τους στον άξονα, το b βρίσκεται στα δεξιά του a.

Για να συγκρίνουμε δύο ακέραιους αριθμούς, θα λάβουμε υπόψη τις ακόλουθες πτυχές:

ο αριθμός 0 είναι μικρότερος από οποιονδήποτε θετικό ακέραιο. *π.χ.: 0 < +5*

μεταξύ δύο θετικών ακεραίων, αυτός με το υψηλότερο μέτρο είναι μεγαλύτερος. *ex: 32 >10*

ο αριθμός 0 είναι μεγαλύτερος από οποιονδήποτε αρνητικό ακέραιο.  *ex: 0 > -6*

μεταξύ δύο αρνητικών ακεραίων, αυτός με το μικρότερο μέτρο είναι μεγαλύτερος. *ex: -8 > -12*

κάθε θετικός ακέραιος είναι μεγαλύτερος από οποιονδήποτε αρνητικό ακέραιο. Ex: 7 > -14.

#### Πράξεις με ακέραιους αριθμούς

#### Πρόσθεση και αφαίρεση

*1. Πρόσθεση ακεραίων με το ίδιο πρόσημο*

Για να προσθέσετε δύο ακέραιους αριθμούς με το ίδιο πρόσημο, προσθέστε τις λειτουργικές μονάδες τους και το αποτέλεσμα θα έχει το κοινό πρόσημο. .

*Παραδείγματα:*

αριστερή παρένθεση συν 2 δεξιά παρένθεση συν αριστερή παρένθεση συν 8 δεξιά παρένθεση ισούται με συν 10
αριστερή παρένθεση αρνητική 3 δεξιά παρένθεση συν αριστερή παρένθεση αρνητική 5 δεξιά παρένθεση ισούται με αρνητική 8

*2. Προσθήκη ακεραίων με διαφορετικά σημάδια*

Για να προσθέσετε δύο ακέραιους με διαφορετικά σημάδια, αφαιρέστε τα moduli τους και το αποτέλεσμα θα έχει το σημάδι του αριθμού με το μεγαλύτερο modulo.

*Παραδείγματα:*

5 συν αρνητική αριστερή παρένθεση 3 δεξιά παρένθεση ισούται με 2
μείον 9 συν 3 ισούται με αρνητικό 6

*Παρατήρηση:* το άθροισμα δύο αντίθετων ακεραίων είναι ίσο με 0.

αριστερή παρένθεση αρνητική 11 δεξιά παρένθεση συν 11 ισούται με 0

*Ιδιότητες πρόσθεσης ακεραίων*

συσχέτιση: *a+(b+c) = (a+b)+c,* ανεξάρτητα από τους ακέραιους αριθμούς που είναι *a, b, c*

αντιμεταθετικότητα: *a+b = b+a*, όποιοι και αν είναι οι ακέραιοι αριθμοί *a* și *b*

ο αριθμός 0 είναι ουδέτερο στοιχείο: *a+0 = 0+a =a*, όποιος και αν είναι ο ακέραιος αριθμός a *.*

*3. Αφαίρεση ακεραίων*

Η αφαίρεση ενός ακέραιου ισοδυναμεί με την προσθήκη του αντίθετου αυτού του αριθμού.

*Παραδείγματα:*

αριστερή παρένθεση αρνητική 8 δεξιά παρένθεση μείον αριστερή παρένθεση συν 3 δεξιά παρένθεση ισούται με αριστερή παρένθεση αρνητική 8 δεξιά παρένθεση αρνητική 3 δεξιά παρένθεση ισούται με αρνητική 11
9 μείον αρνητική αριστερή παρένθεση 5 δεξιά παρένθεση ισούται με 9 συν αριστερή παρένθεση συν 5 δεξιά παρένθεση ισούται με 14

(προσθέσαμε στη μείωση το αντίθετο της μείωσης).

#### Πολλαπλασιασμός και διαίρεση

*Το γινόμενο δύο ακεραίων με το ίδιο πρόσημο είναι ένας θετικός ακέραιος του οποίου το μέτρο λαμβάνεται πολλαπλασιάζοντας το μέτρο των δύο αριθμών.*

*Παραδείγματα:*

αριστερή παρένθεση συν 3 φορές δεξιά παρένθεση αριστερή παρένθεση συν 7 δεξιά παρένθεση ισούται με συν 21
αριστερή παρένθεση αρνητική 5 δεξιές παρενθέσεις φορές αριστερή παρένθεση αρνητική 6 δεξιά παρένθεση ισούται με συν 30

*Τογινόμενο δύο ακεραίων με διαφορετικά πρόσδια είναι ένας αρνητικός ακέραιος του οποίου το μέτρο λαμβάνεται πολλαπλασιάζοντας το μέτρο των δύο αριθμών.*

*Παραδείγματα*:

αριστερή παρένθεση αρνητική 2 δεξιές παρενθέσεις φορές αριστερή παρένθεση συν 9 δεξιά παρένθεση ισούται με αρνητική 18
3 φορές αριστερή παρένθεση αρνητική 5 δεξιά παρένθεση ισούται με αρνητική 15

*Ιδιότητες πολλαπλασιασμού ακέραιων αριθμών*

*Έστω a, b, c ακέραιοι. Εμφανίζονται οι ακόλουθες ιδιότητες:*

αντιμεταθετικότητα: *a·b = b·a*

συσχέτιση: *(α·β)·γ = α·( β·γ)*

ο αριθμός 1 είναι ουδέτερο στοιχείο: *a·1 = 1·a = a*

διανεμητικότητα του πολλαπλασιασμού έναντι πρόσθεσης και αφαίρεσης: *a·( β+γ)=α·β+α·γ* και *α·( β-γ)=α·β-α·γ*

*Διαίρεση ακέραιων αριθμών*

*Το άθροισμα δύο ακεραίων με το ίδιο πρόσημο είναι ένας θετικός ακέραιος του οποίου το μέτρο λαμβάνεται διαιρώντας το μέτρο των δύο αριθμών.*

*Παραδείγματα:*

αριστερή παρένθεση συν 35 δεξιά παρένθεση άνω και κάτω τελεία αριστερή παρένθεση συν 7 δεξιά παρένθεση ισούται με συν 5
αριστερή παρένθεση αρνητική 63 δεξιά παρένθεση άνω και κάτω τελεία αριστερή παρένθεση αρνητική 9 δεξιά παρένθεση ισούται με συν 7

*Το άθροισμα δύο ακεραίων με διαφορετικά σημεία είναι ένας αρνητικός ακέραιος του οποίου το μέτρο λαμβάνεται διαιρώντας το μέτρο των δύο αριθμών.*

*Παραδείγματα:*

left parenthesis plus 72 right parenthesis colon left parenthesis negative 9 right parenthesis equals negative 8
left parenthesis negative 32 right parenthesis colon 8 equals negative 4![plus times plus equals plus
minus times negative equals plus
plus times negative equals negative
minus times plus equals negative
](data:image/png;base64,iVBORw0KGgoAAAANSUhEUgAAAE4AAABiCAYAAAD+xOVQAAABOUlEQVR4Xu3ZQW7EIAwF0Nz/Ij1mq0rtxjJJcAhJJu9JfzMDGMwuLEvbd/zhBDNq7DF0H0MXa5hRY4+h+xi6WEOlxu+crfSqzGnqWezrL716apzp0D7irWVp2fr/X1wvywyxZpayQ5N3qtSIB8zSqzKnaehiDTNq7DF0H0MXa5hRY4+h+xi6WMOMGnvcZR8AAAAAPJrPTEWvaFx8b8jSqzJniOpz4V2UGhdvK8uW3nFrmSHWzPJx4gGz9KrMYdG4Mo0r0jgAAACAw3xiKdK4ors3Lr4vZLlEpfDTnwdL4m1l2dI7bi0zxJpZupUmTRQPmOUSlxV+Oo0r0jgAAAAAbs4nrCKNK6o0Lr4vZHmM6vPgow4ZxdvKsqV33FpmiDWz3Fplg/GAWT7eKw55Bo0r0jgAAAAAAOBVfgAYSfBNAmcV9gAAAABJRU5ErkJggg==)

**Συμπέρασμα:** ο κανόνας των σημείων ισχύει τόσο για τον πολλαπλασιασμό όσο και για τη διαίρεση των ακέραιων αριθμών και έχει ως εξής:

a to the power of n equals stack a times a times a times... times a with underbrace below
space space space space space space space space space space space space space space space space space space n space o r i*γ) Αύξηση των ακέραιων αριθμών σε εξουσίες*

Αφήστε το a να είναι ακέραιος και το n να είναι φυσικός αριθμός μηδέν.

*α*- ονομάζεται βάση

*n*- ονομάζεται εκθέτης

*Παραδείγματα:*

αριστερή παρένθεση συν 2 δεξιά παρένθεση στη δύναμη του 5 ισούται με 2 στη δύναμη του 5 ισούται 2 φορές 2 φορές 2 φορές 2 φορές 2 ισούται με 32

*Παρατηρήσεις:*

1. Όταν αυξάνουμε έναν θετικό αριθμό σε μια δύναμη, το αποτέλεσμα θα είναι πάντα ένας θετικός αριθμός.

2. Όταν αυξάνουμε έναν αρνητικό αριθμό σε μια δύναμη, έχουμε δύο πιθανές καταστάσεις:

εάν ο εκθέτης είναι ζυγός αριθμός, το αποτέλεσμα είναι θετικό

εάν ο εκθέτης είναι μονός αριθμός, το αποτέλεσμα είναι αρνητικό

αριστερή παρένθεση αρνητική μια δεξιά παρένθεση στη δύναμη του n ισούται με ανοιχτές αγκύλες πίνακας χαρακτηριστικά columnalign αριστερό άκρο χαρακτηριστικά γραμμή χώρος κελιού χώρος A στη δύναμη του n διάστημα κόμμα n μείον p a r τελικό κελί γραμμή κελί αρνητικό a στη δύναμη του n κόμμα διάστημα n μείον i m p a r τέλος κελί τέλος πίνακα κλείστε ένα στοιχείο ευθύγραμμων ακέραιων αριθμών με τη δύναμη του αστερίσκου Φορές διάστημα κόμμα n στοιχείο ευθύγραμμων φυσικών αριθμών

*Παραδείγματα:*

*αριστερή παρένθεση αρνητική 2 δεξιά παρένθεση στη δύναμη του 5 ισούται με αρνητική 32
αριστερή παρένθεση αρνητική 2 δεξιά παρένθεση στη δύναμη του 6 ισούται με 64
αριστερή παρένθεση αρνητική 1 δεξιά παρένθεση στη δύναμη του 2015 ισούται με αρνητική 1
αριστερή παρένθεση αρνητική 1 δεξιά παρένθεση στη δύναμη του 2016 ισούται με 1*

*Κανόνες υπολογισμού ισχύος*

A στη δύναμη του m φορές a στη δύναμη του n ισούται με a με τη δύναμη του m συν n τελικό εκθετικό διάστημα αριστερή παρένθεση ένα στοιχείο ευθύγραμμων ακέραιων αριθμών στη δύναμη του αστερίσκου φορές κόμμα διάστημα m κόμμα διάστημα n στοιχείο των ευθειών φυσικών αριθμών δεξιά παρένθεση

A στη δύναμη της άνω και κάτω τελείας m a στη δύναμη του n ισούται με a με τη δύναμη του m μείον n τελικός εκθέτης χώρος αριστερή παρένθεση ένα στοιχείο ευθύγραμμων ακέραιων αριθμών στη δύναμη του αστερίσκου φορές κόμμα διάστημα m κόμμα διάστημα n στοιχείο ευθύγραμμων φυσικών αριθμών κόμμα διάστημα m μεγαλύτερο ή ίσο από n δεξιά παρένθεση

ανοιχτές παρενθέσεις a στη δύναμη του m κοντά παρενθέσεις στη δύναμη του n ισούται με a με τη δύναμη του m φορές n τελικός εκθετικός χώρος αριστερή παρένθεση ένα στοιχείο ευθύγραμμων ακέραιων αριθμών στη δύναμη του αστερίσκου φορές κόμμα διάστημα m κόμμα διάστημα n στοιχείο των ευθειών φυσικών αριθμών δεξιά παρένθεση

A στη δύναμη του m φορές b στη δύναμη του m ισούται με αριστερή παρένθεση a φορές b δεξιά παρένθεση στη δύναμη του διαστήματος m αριστερή παρένθεση ένα κόμμα b στοιχείο ευθύγραμμων ακεραίων αριθμών στη δύναμη του αστερίσκου φορές κόμμα διάστημα m στοιχείο ευθύγραμμων φυσικών αριθμών δεξιά παρένθεση

A στη δύναμη της άνω και κάτω τελείας m b στη δύναμη του m ισούται με αριστερή παρένθεση μια άνω και κάτω τελεία b δεξιά παρένθεση στη δύναμη του διαστήματος m αριστερή παρένθεση ένα κόμμα b στοιχείο ευθύγραμμων ακέραιων αριθμών στη δύναμη του αστερίσκου φορές κόμμα διάστημα m στοιχείο ευθύγραμμων φυσικών αριθμών δεξιά παρένθεση

A στη δύναμη του 0 ισούται με 1 διάστημα αριστερή παρένθεση ένα στοιχείο ευθύγραμμων ακεραίων αριθμών στη δύναμη του αστερίσκου επί δεξιά παρένθεση

A στη δύναμη του 1 ισούται με ένα διάστημα αριστερή παρένθεση ένα στοιχείο ευθύγραμμων ακεραίων αριθμών στη δύναμη του αστερίσκου επί δεξιά παρένθεση

#### Η σειρά εκτέλεσης ακεραίων πράξεων

Η σειρά εκτέλεσης πράξεων σε ακέραιους αριθμούς είναι η ίδια όπως και στους φυσικούς αριθμούς:

Πρώτα υπολογίζουμε τις εκθέσεις (πράξεις 3ης τάξης)

στη συνέχεια εκτελούμε τους πολλαπλασιασμούς και τις διαιρέσεις (πράξεις 2ης τάξης)

στο τέλος εκτελούμε προσθήκες και αφαιρέσεις (πράξεις πρώτης τάξης).

Εάν έχουμε επίσης παρενθέσεις σε μια άσκηση, εκτελούμε πρώτα τις λειτουργίες στις στρογγυλές αγκύλες, στη συνέχεια τις λειτουργίες στις αγκύλες και μετά τα σιδεράκια.

***Εφαρμογή***

Ένα εμπορικό κέντρο διαθέτει 8 επίπεδα: ισόγειο, 5 ορόφους, ημιώροφο και υπόγειο χώρο στάθμευσης. Ένα άτομο στον 4ο όροφο κατεβαίνει 6 επίπεδα. Σε ποιο επίπεδο έφτασε;

*Επίλυση:*

Αντιπροσωπεύουμε τα 8 επίπεδα σε έναν κάθετο "άξονα". Ένα άτομο στον 4ο όροφο κατεβαίνοντας 6 επίπεδα θα φτάσει στον υπόγειο χώρο στάθμευσης αυτοκινήτων.

5

Όροφος 5

4

Όροφος 4

3

Όροφος 3

2

Όροφος 2

1

Όροφος 1

0

Ισόγειο

-1

Ημι-υπόγειο

-2

Παρκινγκ

#### Επίλυση προβλημάτων με εξισώσεις/ανισότητες στο πλαίσιο ακέραιων αριθμών

Α1. Ένα πιεσόμετρο, μαζί με την μπαταρία του, κοστίζει 155 λέι και το πιεσόμετρο είναι 135 λέι ακριβότερο από την μπαταρία. Καθορίστε την τιμή της μπαταρίας και την τιμή του μετρητή τάσης με τις ακόλουθες διαδικασίες:

Χρησιμοποιώντας την αναπαράσταση τμήματος, δεδομένη;

Αφήστε το μαύρο τμήμα να είναι η τιμή του μετρητή τάσης και το μπλε τμήμα να είναι η τιμή της μπαταρίας.

Είτε το τμήμα με κόκκινο χρώμα, η τιμή του 2, δηλαδή 155 λέι. Το πράσινο τμήμα αντιπροσωπεύει 135 λέι.

Δηλώστε με x την τιμή σε lei της μπαταρίας, εκφράστε την τιμή του tensiometer ως συνάρτηση της τιμής της μπαταρίας, σχηματίστε την εξίσωση που εκφράζει το πρόβλημα στη μαθηματική γλώσσα, λύστε την εξίσωση και διατυπώστε την απάντηση. Τέλος, ελέγξτε τις τιμές που αποκτήθηκαν.

Α2. Τρεις διαδοχικοί φυσικοί αριθμοί έχουν άθροισμα μικρότερο από 19. Προσδιορίστε τους τρεις αριθμούς συμπληρώνοντας τα παρακάτω βήματα:

α) Δηλώστε με x τον μικρότερο αριθμό και εκφράστε τους επόμενους δύο αριθμούς με τη βοήθειά του.

β) Διαμορφώστε την ανισότητα που εκφράζει το πρόβλημα στη μαθηματική γλώσσα και λύστε το

ανισότητα ·

γ) Διατυπώνει την απάντηση.

δ) Ελέγξτε τα αποτελέσματα που προέκυψαν.

ε) Προσδιορίστε ποιο άλλο άγνωστο θα μπορούσε να υποδηλωθεί με x και λύστε το πρόβλημα σε αυτή την περίπτωση.

στ) Επίλυση του προβλήματος με άλλες μεθόδους που μελετήθηκαν (εικονιστικά, πειράματα κ.λπ.) .

*Τα βήματα για την επίλυση προβλημάτων χρησιμοποιώντας εξισώσεις (ανισότητες) είναι τα εξής:*

1. Προσδιορισμός γνωστών και άγνωστων δεδομένων από τη δήλωση προβλήματος.

2. Προσδιορισμός του άγνωστου (συνήθως συμβολίζεται με x) και έκφραση των άλλων αγνώστων (εάν υπάρχουν) χρησιμοποιώντας το.

3. Διαμόρφωση της εξίσωσης / ανισότητας που μεταγράφει το πρόβλημα στη μαθηματική γλώσσα.

4. Επίλυση της εξίσωσης / ανισότητας.

5. Ερμηνεία της λύσης ή των λύσεων και διατύπωση της απάντησης στο πρόβλημα.

6. Έλεγχος των λύσεων που λαμβάνονται στην αρχική (μη επεξεργασμένη) μορφή του προβλήματος.

***Παράδειγμα:***

Αγόρασα καραμέλες, γκοφρέτες και χυμούς από το κατάστημα και πλήρωσα συνολικά 123 λέι. Οι γκοφρέτες ήταν 9 λέι φθηνότερες από το διπλάσιο της ποσότητας καραμελών και ο χυμός ήταν 6 λέι ακριβότερος από την τριπλή ποσότητα καραμελών. Πόσο κόστισε το καθένα;

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Βήμα 1. Προσδιορισμός γνωστών και άγνωστων δεδομένων από τη δήλωση προβλήματος.

Γνωρίζουμε: το συνολικό κόστος και τις τιμές των πλακιδίων και του χυμού σε σύγκριση με την τιμή της καραμέλας.

Βήμα 2. Καθορισμός του άγνωστου (συνήθως συμβολίζεται με x) και έκφραση των άλλων αγνώστων (εάν υπάρχουν) χρησιμοποιώντας το. Δηλώνουμε με x την τιμή των καραμελών. Στη συνέχεια, η τιμή των γκοφρετών, που είναι 9 λιγότερο από το διπλάσιο της τιμής της καραμέλας, είναι 2x - 9, και η τιμή του χυμού, που είναι 6 περισσότερο από το τριπλάσιο της τιμής της καραμέλας, είναι 3x + 6.

Βήμα 3. Σχηματισμός της εξίσωσης / ανισότητας που μεταγράφει το πρόβλημα στη μαθηματική γλώσσα. Το συνολικό ποσό είναι 123, συμπεραίνουμε ότι x + (2x – 9) + (3x + 6) = 123.

Βήμα 4. Επίλυση της εξίσωσης / ανισότητας.

x + 2x – 9 + 3x + 6 = 123 ⇔ 6x – 3 = 123 ⇔ 6x = 126 și x = 21.

Βήμα 5. Ερμηνεύστε τις λύσεις και διατυπώστε την απάντηση στο πρόβλημα. Οι καραμέλες κοστίζουν 21 λέι, οι γκοφρέτες 2 21 – 9 = 42 – 9 = 33 λέι και ο χυμός 3 21 + 6 = 63 + 6 = 69 λέι.

Βήμα 6. Έλεγχος των λύσεων που λαμβάνονται στην αρχική (μη επεξεργασμένη) μορφή του προβλήματος. Υπολογίζουμε το συνολικό ποσό: 21 + 33 + 69 = 33 + 90 = 123. Επομένως, το καθορισμένο κόστος είναι σωστό.

Η θεατρική λέσχη χρεώνει εισιτήριο εισόδου στην παράσταση €4 ανά μαθητή. Ο σύλλογος δανείστηκε €400 από τους γονείς για κοστούμια, γυμναστήριο και προμήθειες. Μετά την παράσταση, επέστρεψε το δάνειο στους γονείς του και έμεινε με 100 ευρώ. Πόσοι θεατές ήταν στην παράσταση;

Ας καθορίσουμε τα γνωστά δεδομένα, το άγνωστο, το άγνωστο που συμβολίζεται με x, την εξίσωση. Λύνουμε την εξίσωση και ερμηνεύουμε τη λύση.

Βρείτε δύο ακέραιους, γνωρίζοντας ότι ο ένας είναι τριπλάσιος από τον άλλο και το άθροισμά τους είναι ίσο με -36.

Λύση: Αν δηλώσουμε έναν από τους αριθμούς με x, ο άλλος είναι 3x, παίρνουμε την εξίσωση

χ + 3 χ = – 36. Ως εκ τούτου, προσθέτοντας 2 σε κάθε όρο, έχουμε 4 x = – 36. So ένας αριθμός είναι x

= – 36 : 4 = – 9, και το άλλο είναι – 9  3 = – 27. Πραγματικά, – 9 + 3 (– 9) = – 36.

Αν αφαιρέσουμε το 2 από το γινόμενο ενός ακέραιου και το 3, παίρνουμε έναν αριθμό μεταξύ -8 και 7. Βρείτε τους ακέραιους αριθμούς που επαληθεύουν αυτήν τη συνθήκη.

Λύση: Δηλώνοντας τον άγνωστο ακέραιο με x, η συνθήκη στην πρόταση γράφεται με τη μορφή:

– 8 < 3 x – 2 < 7. Από εδώ, συμπεραίνουμε ότι \u2012 8 + 2 < 3x < 7 + 2 – 6 < 3x < 9 și – 2 < x < 3. Έτσι

1, 0, 1, 2.

#### Φύλλο εργασίας

1. Το άθροισμα ενός ακέραιου και του 130 είναι -15. Προσδιορίζει τον ακέραιο.

2. Η διαφορά μεταξύ του 59 και ενός ακέραιου είναι 19. Προσδιορίστε τον ακέραιο.

3. Το γινόμενο ενός ακέραιου και του –7 είναι 56. Προσδιορίστε τον ακέραιο.

4. Το πηλίκο μεταξύ ακεραίου και 8 είναι –3. Προσδιορίζει τον ακέραιο.

5. Βρείτε τους αρνητικούς ακέραιους αριθμούς που, όταν προστεθούν στο 3, δίνουν τουλάχιστον -1.

6. Βρείτε τους θετικούς ακέραιους από τους οποίους, αν αφαιρέσετε 5, παίρνετε το πολύ 2.

7. Αν το διπλό ενός ακέραιου προστεθεί στο 3, το αποτέλεσμα είναι ένας αριθμός μεταξύ –5 και 5. Μάθετε αυτούς τους αριθμούς.

8. Βρείτε τους ακέραιους των οποίων η λειτουργία είναι μικρότερη από 5 από 13.

9. Βρείτε τους ακέραιους των οποίων η λειτουργία είναι - 5 μικρότερη από -2.

10. Βρείτε τους ακέραιους των οποίων η λειτουργία είναι 3 μεγαλύτερη από 7.

11. Προσδιορίστε τον μεγαλύτερο αρνητικό ακέραιο ο οποίος, όταν διαιρείται με το 5 και με το 7, δίνει το υπόλοιπο του 1.

12. Ο αριθμητικός μέσος όρος των αριθμών 2, x, –6 και 8 είναι 2. Βρείτε τον ακέραιο x.

13. Ο αριθμητικός μέσος όρος τριών ακέραιων αριθμών είναι 4. Βρείτε έναν από τους αριθμούς, γνωρίζοντας ότι η μέση αριθμητική των άλλων δύο είναι -2.

14. Βρείτε τον ακέραιο αριθμό που, προστιθέμενος στους αριθμούς 15, 21 και 18, κάνει τον ριθμητικό μέσο όρο τους αυξάνεται κατά 2.

15. Αν σε κάθε πάγκο μιας τάξης κάθονται 2 μαθητές, παραμένουν όρθιοι 3 μαθητές και αν τοποθετηθούν 3 μαθητές σε πάγκο, 4 πάγκοι παραμένουν ελεύθεροι. Πόσα παγκάκια και πόσοι μαθητές υπάρχουν στην τάξη;

16. Ένα εισιτήριο κινηματογράφου κοστίζει 18 λέι και ένα εισιτήριο θεάτρου κοστίζει 45 λέι. Μάθετε πόσα εισιτήρια θεάτρου είναι διαθέσιμα αγοράστε με το ποσό που καταβλήθηκε για 5 εισιτήρια κινηματογράφου.

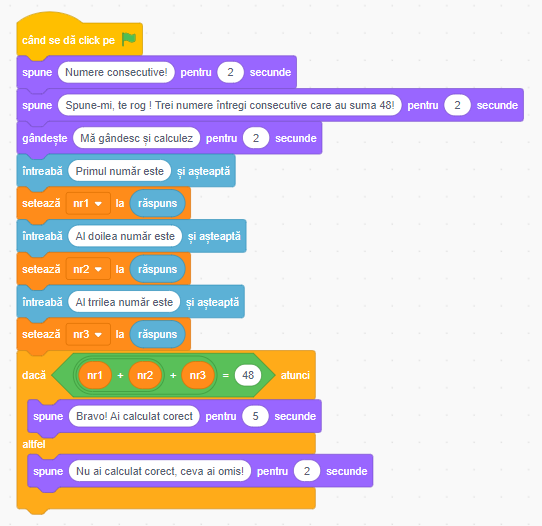
17. Το άθροισμα τριών διαδοχικών περιττών ακεραίων είναι -33. Μάθετε τους τρεις αριθμούς.

#### Έργασία στο Scratch

Μοντελοποιήστε το ακόλουθο σενάριο: Σε πράσινο φόντο με τον τίτλο «Διαδοχικοί αριθμοί», ένας χαρακτήρας λέει «Πες μου, παρακαλώ! Τρεις διαδοχικοί ακέραιοι που αθροίζονται σε 48 (όπου το 48 επιλέγεται τυχαία μέχρι το 1000). Και περιμένει την απάντηση (λίστα διαχωρισμένη με κόμματα), ακολουθούμενη από το κατάλληλο σχόλιο "Bravo !" ή "Whoah! Έπρεπε να είναι ...» (ακολουθούμενη από τη σωστή τιμή, στην περίπτωσή μας θα ήταν 15,16,17).

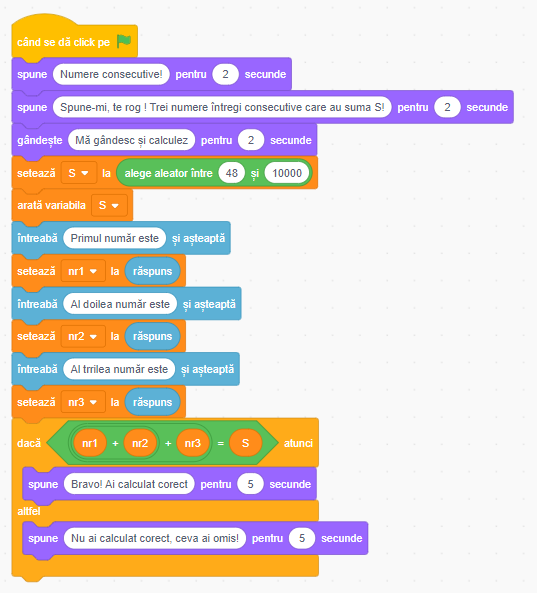
Υλοποίηση έργου:

Ξέρω ότι το άθροισμα είναι 48



|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Η τυχαία αριθμομηχανή επιλέγει έναν αριθμό μεταξύ 48 και 1000



#### Πηγές

<http://fs.unm.edu/EnciclopediaNumerelor.pdf>

<https://drive.google.com/file/d/1sdynPztLBAxrSM1I7--UhevQkjp7zwpO/view> **- εγχειρίδιο edupedu**

<https://www.matera.ro/2019/12/numere-intregi/>

#### Test αξιολόγησης – μοντέλο 1

Είναι οι ακόλουθες προτάσεις αληθείς ή ψευδείς;

(-19) + (-43) = -56

(-81) : (+27) = -3

(-3) 2 2 – (-2)3  = -26 (6ρ)

Το άθροισμα των 7 διαδοχικών ακεραίων ισούται με 0. Κυκλώστε τη σωστή απάντηση:

το γινόμενο των αριθμών είναι -3.

το γινόμενο των αριθμών είναι 0.

το γινόμενο των αριθμών είναι 3.

το γινόμενο των αριθμών είναι -1: (6p)

Αντιστοιχίστε τον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε εξίσωση στη στήλη Α με το γράμμα που αντιστοιχεί στη λύση στη στήλη **Β**:

|  |  |
| --- | --- |
| **Ένας**  4x+3=6x–7  –2 χ–8=4x+4  |x|=4  6χ–2=4  χ:5= -3 | **B**  -2  -15  1  5  -4; +4 (5σ) |

α) Ο ακέραιος ίσος με το αντίθετό του είναι........

β) Το άθροισμα μεταξύ ενός ακέραιου και του αντιθέτου του είναι..............

γ) Το γινόμενο δύο ακεραίων είναι 0 αν.............. (6σ)

Ολοκληρώστε τις ακόλουθες ασκήσεις:

Προσδιορίστε τις ακέραιες τιμές του x για τις οποίες . (6σ)

Για να λύσετε την εξίσωση . (7ιστ)

Είτε τα πλήθη: Α=

Β= {

Υπολογισμός AB (14p)

*Χρόνος εργασίας 50 λεπτά.*

*ΣΥΝΟΛΟ 50σ.*

ΚΛΙΜΑΚΑ ΒΑΘΜΟΛΟΓΙΑΣ:

α) ψευδές 2p

β) αλήθεια 2p

γ) ψευδής 2p

To κύκλος της απάντησης β)6p

Για ζεύγη: 1→δ 1σ

2→α 1σ

3→ε 1σ

4→γ 1σ

5→β 1σ

α) 02σ

β) 02ρ

γ) εάν ένας από τους αριθμούς είναι 0 2p

Ι. x Β8 2ρ

x{±1; ±2; ±4; ±84ρ

II. | 102σ

2(3x+1)=5(x+7)-502ρ

6x+2=5x+35-501ρ

6x-5x =35-50-21ρ

χ=-171ρ

ΙΙΙ.2x-5>-15

2x>-102p

χ>-52ρ

Α = {-4; -3; -2; -1; 0;.................. 2σ.

3x+1≤8

3χ≤7 2σ.

κδ≤ 2σ.

Β = {....................-4; -3; -2; -1; 0; 1; 22π

ΑΒ= {-4; -3; -2; -1; 0; 1; 22ρ

***Νομογράφημα του τεστ με στοιχεία από το πρόγραμμα.***

Σύνολο 50π.Για τον βαθμό 5 ορίζουμε το 50% του συνόλου.

Chart, diagram

Description automatically generated with medium confidence Έτσι

Τοτεστ δόθηκε σε συνολικά 24 μαθητές.

Οι βαθμοί που λαμβάνονται είναι σύμφωνα με τη βαθμολογία:

Βαθμός 5 \_ \_ \_ \_ \_ - 2 βαθμοί

6 \_ \_ \_ \_ \_ - 4 βαθμοί

7 \_ \_ \_ \_ \_ - 6 σημειώσεις

8 \_ \_ \_ \_ \_ - 5 βαθμοί

9 \_ \_ \_ \_ \_ - 4 βαθμοί

10 \_ \_ \_ \_ \_ - 3 σημειώσεις

Καμπύλη βαθμού:

Γράφημα, μηχανολογικό σχέδιο, γράφημα γραμμών

Περιγραφή που δημιουργείται αυτόματα με μέτρια εμπιστοσύνη

**Ανάλυση των αποτελεσμάτων της χορήγησης της δοκιμής αξιολόγησης**

1. Κίνητρα

Στο τεστ που έκανα, έλαβα υπόψη το περιεχόμενο που απαιτείται στο αναλυτικό πρόγραμμα για τη διατριβή με ένα μόνο μάθημα στον κλάδο των μαθηματικών, 7η τάξη, στο 1ο εξάμηνο.

Έφτιαξα αυτό το δογματολογικό τεστ με στόχο να ελέγξω τις επιδόσεις των φοιτητών προκειμένου να υποστηρίξω τη διατριβή με ένα μόνο θέμα. Παρακολουθήσαμε επίσης τη μέτρηση του βαθμού γνώσης των περιεχομένων που περιέχονται στη μαθησιακή ενότητα: "Ακέραιοι".

2. Διατύπωση στόχων αξιολόγησης.

Μετά την ολοκλήρωση της μαθησιακής ενότητας, ο φοιτητής είναι σε θέση να:

Για να αποδείξει ότι έχει κατακτήσει το περιεχόμενο της μαθησιακής ενότητας.

Να παρατηρήσουν και να δικαιολογήσουν τις συνδέσεις που μπορούν να γίνουν μεταξύ των σημείων της μαθησιακής ενότητας.

Να κάνει την αντιστοιχία μεταξύ των διαφόρων σημείων της μαθησιακής ενότητας.

Για να επιλέξετε από μια λίστα τύπων εκείνους που είναι κατάλληλοι για τη δοκιμή.

Για να γράψετε ένα δομημένο δοκίμιο.

3. Υποθέσεις εργασίας

Από το σχολικό πρόγραμμα επιλέχθηκαν αντιπροσωπευτικά περιεχόμενα σχετικά με την επίλυση των προβλημάτων στα θέματα. Οι πνευματικές ικανότητες των μαθητών υπερβαίνουν το μέσο επίπεδο. Όλοι οι μαθητές στην τάξη μπορούν να πάρουν βαθμούς μεγαλύτερους από 5.

4. Βιώνοντας το τεστ

Πραγματοποιήθηκε σε δείγμα 24 μαθητών από την 7η τάξη Α από το Εθνικό Κολέγιο Elena Cuza, τομέας 6, Βουκουρέστι.

**F. Στατιστική ανάλυση και βελτίωση δοκιμών**

Αριθμός μαθητών που εξετάστηκαν: 24

Σταθμισμένος μέσος όρος:

A picture containing text

Description automatically generatedA picture containing text

Description automatically generated===7,58A picture containing text, watch

Description automatically generated

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Σημείωση | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Αριθμός σημειώσεων | 2 | 4 | 6 | 5 | 4 | 3 |

Αποτελέσματα ανά θέμα:

Η δοκιμή περιελάμβανε όλες τις κατηγορίες αντικειμένων.

***1.***

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Κατηγορία στοιχείου | Τύπος στοιχείου | Όχι. σωστές λύσεις | Ποσοστό επιτυχίας |
|  | Πολλαπλής Επιλογής | 24 | 100% |

Η διατύπωση της υπόθεσης, του κλειδιού και των περισπασμών ήταν σωστή.

Συμπέρασμα: επειδή όλες οι απαντήσεις των μαθητών ήταν σωστές, συνάγεται το συμπέρασμα ότι τα επιλεγμένα στοιχεία δεν ήταν σύμφωνα με το επίπεδο προδιάθεσης των μαθητών στην αξιολογούμενη τάξη.

Συστάσεις: διατύπωση στοιχείων για να ζητήσετε πιο σύνθετες λειτουργίες σκέψης.

***2.***

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Κατηγορία στοιχείου | Τύπος στοιχείου | Όχι. σωστές λύσεις | Ποσοστό επιτυχίας |
|  | Πολλαπλής Επιλογής | 21 | 87,5% |

Τα στοιχεία διατυπώθηκαν σωστά.

Οι προκείμενες και οι απαντήσεις ήταν στην ίδια σελίδα.

Συμπέρασμα: τα ζητούμενα στοιχεία ήταν στο επίπεδο προδιάθεσης των μαθητών στην αξιολογούμενη τάξη.

Σύσταση: διατύπωση ορισμένων στοιχείων για να ζητήσετε πιο σύνθετες λειτουργίες σκέψης.

***3.***

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Κατηγορία στοιχείου | Τύπος στοιχείου | Όχι. σωστές λύσεις | Ποσοστό επιτυχίας |
|  | Αντιστοίχησης | 18 | 75% |

Τα στοιχεία διατυπώθηκαν σωστά, ενώ οι προτάσεις στη δεύτερη στήλη ήταν εύλογες, προβλέποντας σφάλματα υπολογισμού που ενδέχεται να προκύψουν.

Το συμπέρασμα: τα πιο συχνά λάθη συνέβησαν κατά τη μεταβίβαση όρων από το ένα μέλος στο άλλο.

Σύσταση: αρκετές ασκήσεις αυτού του τύπου θα πραγματοποιηθούν στην τάξη

***4.***

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Κατηγορία στοιχείου | Τύπος στοιχείου | Όχι. σωστές λύσεις | Ποσοστό επιτυχίας |
| Με ανοιχτή απάντηση | ατελής | 16 | 66,6% |

Τα στοιχεία ήταν σαφώς διατυπωμένα, επιτρέποντας επίσης σαφείς απαντήσεις, χωρίς τον κίνδυνο ασάφειας.

Συμπέρασμα: οι συγχύσεις στις απαντήσεις αποδεικνύουν ότι η αφομοίωση των πληροφοριών δεν είναι αρκετή, απαιτώντας περισσότερη προσοχή.

Σύσταση: θα επιμείνει στην επικαιροποίηση των γνώσεων σχετικά με τις πράξεις με ακέραιους αριθμούς.

***5.***

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Κατηγορία στοιχείου | Τύπος στοιχείου | Όχι. σωστές λύσεις | Ποσοστό επιτυχίας |
| Με ανοιχτή απάντηση | πλήρως ανεπτυγμένη | 5 | 25% |

Αυτό το τελευταίο θέμα διαρθρώθηκε σε επιμέρους σημεία. Στο πρώτο θέμα του θέματος, 23 μαθητές απάντησαν σωστά.

Για το στοιχείο ΙΙ, 16 μαθητές απάντησαν σωστά, 5 μαθητές έκαναν λάθος μόνο στο τέλος.

Το σημείο ΙΙΙ, ωστόσο, δημιούργησε περισσότερα προβλήματα στους μαθητές.

Συστάσεις: διεξαγωγή στην τάξη διαφόρων ασκήσεων του τύπου του στοιχείου III και επιστροφή στις έννοιες σχετικά με τα σύνολα και τις λειτουργίες με σύνολα.

#### Τεστ αξιολόγησης – μοντέλο 2

**1π 1**. α) Γράψτε το αντίθετο του αριθμού +124

β) Γράψτε το μέτρο του αριθμού | -76 |

**1σ 2**. Γράψτε τους ακέραιους αριθμούς μεγαλύτερους ή ίσους με -3 και μικρότερους ή ίσους με 1.

**1σ 3**. Ά οι ακόλουθοι ακέραιοι κατά αύξουσα σειρά: -2; 0; -7; +4; 12; -11; +7; -8

**2σ 4**. Τοποθετήστε ένα από τα σημάδια >, <, =, έτσι ώστε οι παρακάτω προτάσεις να είναι αληθείς:

– 5 -4 β) - 1 1 γ) 0 -3 δ) 1 | -8 |

**2σ 5.** Υπολογίστε:

α) (+4) + (-9) = στ) ( -40) : ( -10)=

β) (+1) - (-7)= ζ) (-2)2 =

γ) -15-6 = η) 20150 =

δ) -9 + │-3│= i) -52 =

ε) (- 6) ∙( +7) = ι) (-3)37 :(-3)35 =

**3σ 6.**  Υπολογίστε:

a) 

b) 

c) · =

d) 

ε) (-2)101:2995-10∙{ -3-3∙[(-3):3 4-2]}