

**Κλάσματα**

Βαθμόςχολόλης: K7

**Περιεχόμενο**

[Τι είναι τα κοινά κλάσματα; 3](#_Toc125556906)

[Κανόνας υπογραφής κατά τον πολλαπλασιασμό ή τη διαίρεση του 4](#_Toc125556907)

[Σημάδι αριθμητών και παρονομαστών 4](#_Toc125556908)

[Κλάσμα πρόσημο 5](#_Toc125556909)

[Τύποι συνηθισμένων κλασμάτων 5](#_Toc125556910)

[Κλάσματα, αλλαγές μορφής, θεωρία 6](#_Toc125556911)

[Μάθετε πώς να συγκρίνετε τα συνηθισμένα κλάσματα. Βήματα. Εξηγήσεις. 8](#_Toc125556912)

[Προσθέτοντας κλάσματα: Θεωρία, Βήματα και Πρακτικό Παράδειγμα, Επεξήγηση. Πώς προστίθενται τα συνηθισμένα κλάσματα; 10](#_Toc125556913)

[Μάθετε πώς να αφαιρείτε κλάσματα: Θεωρία, βήματα, πλήρες παράδειγμα. Αφαίρεση κλασμάτων με ίσους ή διαφορετικούς παρονομαστές 14](#_Toc125556914)

[Μάθετε πώς να πολλαπλασιάζετε κλάσματα 18](#_Toc125556915)

[Κλάσματα, θεωρία: ρητοί αριθμοί 20](#_Toc125556916)

[Κλάσματα κατά Εικόνες 21](#_Toc125556917)

[Πηγές 25](#_Toc125556918)

[Ασκήσεις και προβλήματα 25](#_Toc125556919)



# Τι είναι τα κοινά κλάσματα;

Εάν πρέπει να διαιρέσουμε 6 μήλα εξίσου σε 3 παιδιά, τότε εκτελούμε τη λειτουργία:

6 : 3 = 2

με αυτόν τον τρόπο γνωρίζουμε ότι κάθε παιδί θα πάρει 2 μήλα.

Εάν πρέπει να διαιρέσουμε 2 μήλα εξίσου σε 3 παιδιά, τότε η διαίρεση πρέπει να λυθεί:

2 : 3 = ?

tη λειτουργία του δεν έχει λύση στο σύνολο των φυσικών αριθμών.

Ωστόσο, θα είμαστε σε θέση να διαιρέσουμε τα μήλα χρησιμοποιώντας το μαχαίρι: η ποσότητα μήλου για κάθε παιδί θα καθοριστεί χρησιμοποιώντας το κλάσμα 2/3

όλες οι παρόμοιες περιπτώσεις οδηγούν σε κλάσματα.

**Τα κλάσματα σχηματίζονται με διαίρεση:**

Κάθε κλάσμα έχει τη μορφή a/b

"a" "a" είναι ο αριθμητής, γραμμένος πάνω από τη γραμμή κλάσματος.

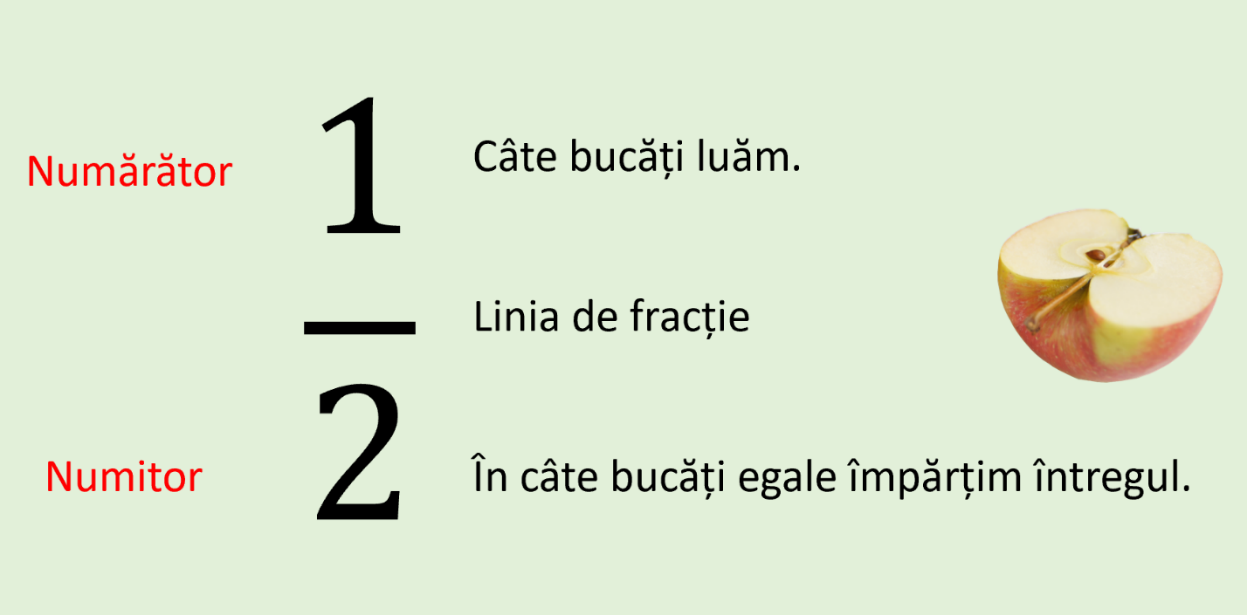
"b" είναι ο παρονομαστής, γραμμένος κάτω από τη γραμμή κλάσματος. Το "b" δεν μπορεί να είναι μηδέν.

Το "b" μας λέει σε πόσα ίσα μέρη χωρίστηκε το "a".

η τιμή του κλάσματος υπολογίζεται διαιρώντας τον αριθμητή, "a", με τον παρονομαστή, "b":"

α" : "β"

Αυτά τα κλάσματα, όπου τόσο ο αριθμητής όσο και ο παρονομαστής είναι ακέραιοι αριθμοί, ονομάζονται συνηθισμένα κλάσματα.



# Κανόνας προσήμων κατά τον πολλαπλασιασμό ή τη διαίρεση

(+) (+) = (+)

(+) (-) = (-); (-) (+) = (-)

(-) (-) = (+)

# Πρόσημος αριθμητών και παρονομαστών

Οι αριθμητές και οι παρονομαστές ενός κλάσματος μπορεί να είναι θετικοί ή αρνητικοί ακέραιοι αριθμοί.

Παράδειγμα κλασμάτων με θετικούς αριθμητές και παρονομαστές: 7/6, 3/4, 13/20

Παράδειγμα κλασμάτων με αρνητικούς αριθμητές και παρονομαστές: -7/-6, -3/-4, -13/-20

Παράδειγμα κλασμάτων με θετικούς ή/και αρνητικούς αριθμητές και παρονομαστές: -7/6, 3/-4, -13/-20

# Σύμβολο κλάσματος

Τα σημάδια αριθμητή και παρονομαστή ενός κλάσματος αφαιρούνται μπροστά του και συνδυάζονται σύμφωνα με τον κανόνα του σημείου, παραπάνω, έτσι τα παραπάνω κλάσματα γίνονται:

-7/-6 = (-)(-)7/6 = (+)7/6 = 7/6

-3/-4 = (-)(-)3/4 = (+)3/4 = 3/4

-13/-20 = (-)(-)13/20 = (+)13/20 = 13/20

-7/6 = (-)(+)7/6 = (-)7/6 = - 7/6

3/-4 = (+)(-)3/4 = (-)3/4 = - 3/4

-13/-20 = (-)(-)13/20 = (+)13/20 = 13/20

# Τύποι συνηθισμένων κλασμάτων

**Απόλυτη τιμή** ενός αριθμού = η αριθμητική τιμή ενός αριθμού χωρίς να λαμβάνεται υπόψη το πρόσημό του. Για παράδειγμα, η απόλυτη τιμή του αριθμού -7 (γραμμένη ως │-7│) είναι 7. Περισσότερα παραδείγματα: |-17| = 17; |10| = 10; |-123| = 123;

**Κλάσματα υπομονάδων:** 2/3, 1/7, 5/9, - 11/13, 10/11, -15/-16 - η απόλυτη τιμή του αριθμητή είναι μικρότερη από την απόλυτη τιμή του παρονομαστή, οπότε η απόλυτη τιμή του κλάσματος είναι μικρότερη από 1. 1.

**Κλάσματα:** 5/5, 11/11, -19/19; η απόλυτη τιμή του αριθμητή είναι ίση με την απόλυτη τιμή του παρονομαστή, οπότε η απόλυτη τιμή του κλάσματος είναι ίση με 1.

**Καταχρηστικά κλάσματα:** 4/3, 16/3, 9/8, 123/-13 - η απόλυτη τιμή του αριθμητή είναι μεγαλύτερη από την απόλυτη τιμή του παρονομαστή, οπότε η απόλυτη τιμή του κλάσματος είναι μεγαλύτερη από 1. Αυτά τα κλάσματα ονομάζονται επίσης ακατάλληλα κλάσματα.

Τα κταχρηστικά κλάσματα μπορούν επίσης να γραφτούν ως μικτά κλάσματα:**:**

4/3 = 3/3 + 1/3 = 1 + 1/3, που γράφεται: 1 1/3

16/3 = 15/3 + 1/3 = 5 + 1/3, που γράφεται: 5 1/3

9/8 = 8/8 + 1/8 = 1 + 1/8, που γράφεται: 1 1/8

123/-13 = - 123/13 = - (117 + 6)/13 = - 117/13 - 6/13 = - 9 - 6/13, που γράφεται: - 9 6/13

Σημειώστε ότι ένα μικτό κλάσμα αποτελείται από ένα σύνολο και ένα κλάσμα υπομονάδας, και τα δύο έχουν το ίδιο πρόσημο.

Εάν ο αριθμητής ενός κλάσματος είναι ίσος με τον παρονομαστή ενός άλλου κλάσματος και αντίστροφα, τότε τα κλάσματα ονομάζονται αντίστροφα ή ανεστραμμένα. Π.χ.: 3/5 și 5/3; 17/6 și 6/17 - το γινόμενο ενός κλάσματος και το αντίστροφό του είναι 1.

# Κλάσματα, αλλαγές μορφής, θεωρία

**Αλλαγές σχήματος. Ενίσχυση και απλοποίηση κλασμάτων**

**Αλλαγές σχήματος**

Αν διαιρέσουμε ένα σύνολο σε 3 ίσα μέρη και στη συνέχεια εξαγάγουμε ένα μέρος, έχουμε την ίδια ποσότητα σαν να διαιρέσαμε το σύνολο σε 6 ίσα μέρη και πήραμε δύο μέρη.

Έτσι:

1/3 = 2/6

Σύμφωνα με όσα έχουν ειπωθεί, μπορούμε να γράψουμε:

2/5 = 4/10

5/3 = 20/12

2/3 = 4/6 = 6/9 = ... = 24/36 = ...

**Κοινός διαιρέτης.** Ο αριθμός 2 στον οποίο χωρίστηκαν οι δύο αριθμοί που αποτελούν το κλάσμα ονομάζεται κοινός διαιρέτης του αριθμητή και του παρονομαστή.

Το απλοποιημένο κλάσμα έχει τώρα έναν αριθμητή ίσο με 6 και έναν παρονομαστή ίσο με 8.

Παρατηρούμε περαιτέρω ότι οι δύο νέοι αριθμοί, ο νέος αριθμητής και ο νέος παρονομαστής, 6 και 8, διαιρούνται και πάλι με το 2 χωρίς υπόλοιπο (έχουν κοινό διαιρέτη του 2), οπότε διαιρούμε και πάλι τον αριθμητή και τον παρονομαστή του κλάσματος με το 2:

6/8 = (6: 2)/(8: 2) = 3/4

Η τιμή του κλάσματος 3/4 υπολογίζει όπως:

3 : 4 = 0,75

Το νέο κλάσμα που λαμβάνεται, 3/4, είναι επομένως ένα απλοποιημένο κλάσμα, ισοδύναμο με τα κλάσματα 12/16 και 6/8

**Ανάγωγο κλάσμα.** Επιπλέον, το κλάσμα 3/4 ονομάζεται ανάγωγο κλάσμα, δηλαδή δεν μπορεί πλέον να απλοποιηθεί, είναι στην απλούστερη μορφή του, οι αριθμοί 3 και 4, ο αριθμητής και ο παρονομαστής του κλάσματος, είναι αριθμοί σχετικά πρώτοι (πρώτοι μεταξύ τους), οπότε δεν έχουν κοινούς διαιρέτες εκτός από 1.

***Πώς απλοποιούμε το κλάσμα 12/16 στην απλούστερη, ανάγωγη μορφή του;***

***Μεγαλύτερος κοινός διαιρέτης****, CMMDC. Για να απλοποιήσουμε ένα κλάσμα στην απλούστερη, μη αναστρέψιμη μορφή του, πρέπει να διαιρέσουμε τόσο τον αριθμητή όσο και τον παρονομαστή του κλάσματος με τον μεγαλύτερο κοινό διαιρέτη τους, cmdc (12; 16).*

***Αποσύνθεση σε πρωταρχικούς παράγοντες****. Ένας τρόπος για να υπολογίσετε το cmmdc είναι να προετοιμάσετε τους δύο αριθμούς και στη συνέχεια να πολλαπλασιάσετε τους κοινούς πρώτους συντελεστές στις χαμηλότερες δυνάμεις, δείτε παρακάτω.*

***Ο αριθμητής και ο παρονομαστής****, αποσυντίθενται σε προϊόντα πρώτων παραγόντων:*

12 = 2 × 2 × 3 = 22 × 3

16 = 2 × 2 × 2 × 2 = 24

Ο μεγαλύτερος κοινός διαιρέτης CMMDC (12; 16) υπολογίζεται πολλαπλασιάζοντας όλους τους κοινούς πρώτους συντελεστές (που βρίσκονται τόσο στον αριθμητή όσο και στον παρονομαστή) με τις χαμηλότερες δυνάμεις τους, ως εξής::

ΚΜΜΔ (12; 16) = (22 × 3, 24) = 22 = 4

Τέλος, για να απλοποιήσετε το κλάσμα στην απλούστερη, μη αναστρέψιμη μορφή του, διαιρέστε τόσο τον αριθμητή όσο και τον παρονομαστή του κλάσματος με το CMMDC:

12/16 = (12: 4) / (16: 4) = 3/4

**Ανάγωγο κλάσμα.** Το κλάσμα που λαμβάνεται έτσι, 3/4, ονομάζεται μη αναστρέψιμο απλοποιημένο κλάσμα (δηλαδή, δεν μπορεί να απλοποιηθεί περαιτέρω, είναι στην απλούστερη μορφή του, ο αριθμητής και ο παρονομαστής είναι πρώτοι αριθμοί μεταξύ τους, δεν έχουν κοινούς διαιρέτες εκτός από το 1).

Το κλάσμα 3/4 είναι ισοδύναμο κλάσμα με το αρχικό κλάσμα 12/16, δηλαδή αντιπροσωπεύει την ίδια τιμή (ή την ίδια αναλογία). Όπως είδαμε παραπάνω::

3/4 = 6/8 = 12/18 - όλα αυτά είναι ισοδύναμα κλάσματα, που λαμβάνονται με απλοποίηση.

Τα ισοδύναμα κλάσματα μπορούν να ληφθούν όχι μόνο απλοποιώντας, αλλά και ενισχύοντας ένα κλάσμα, δηλαδή πολλαπλασιάζοντας τον αριθμητή και τον παρονομαστή με τον ίδιο μη μηδενικό αριθμό, δηλαδή την αντίστροφη διαδικασία απλοποίησης, αλλά αυτή είναι μια άλλη συζήτηση.

*Γιατί τα κλάσματα απλοποιούνται;*

Οι πράξεις κλασμάτων συχνά περιλαμβάνουν τη μεταφορά στον ίδιο παρονομαστή (π.χ. πρόσθεση και αφαίρεση κλασμάτων, σύγκριση κλασμάτων) και μερικές φορές τόσο οι αριθμητές όσο και οι παρονομαστές είναι μεγάλοι αριθμοί και αυτό συνεπάγεται την εκτέλεση μεγάλων υπολογισμών ανάλογα.

Απλοποιώντας ένα κλάσμα, τόσο ο αριθμητής όσο και ο παρονομαστής μπορούν να μειωθούν σε μικρότερους αριθμούς που είναι ευκολότερο να εργαστούν, μειώνοντας έτσι την προκύπτουσα υπολογιστική προσπάθεια.

# Μάθετε πώς να συγκρίνετε τα συνηθισμένα κλάσματα. Βήματα. Εξηγήσεις.

1) Απλοποιούμε τα κλάσματα στην απλούστερη, μη αναστρέψιμη ισοδύναμη μορφή τους:

Κλάσμα 16/24:

Συνυπολογίστε τον αριθμητή και τον παρονομαστή σε πρωταρχικούς παράγοντες στην εκθετική σημειογραφία:

16 = 24.

24 = 23 × 3.

Υπολογίζει τον μεγαλύτερο κοινό διαιρέτη, CMMDC, του αριθμητή και του παρονομαστή του κλάσματος, πολλαπλασιάζοντας όλους τους κοινούς πρώτους συντελεστές τους, στις χαμηλότερες δυνάμεις:

ΚΜΜΔ (16; 24) = ΚΜΜΔ (24, 23 × 3) = 23;

Διαιρέστε τόσο τον αριθμητή όσο και τον παρονομαστή με τον μεγαλύτερο κοινό διαιρέτη, CMMDC:

16/24 = 24 / (23 × 3) = (24: 23) / ((23 × 3) : 23) = 2/3.

Κλάσμα 45/75:

Συνυπολογίστε τον αριθμητή και τον παρονομαστή σε πρωταρχικούς παράγοντες στην εκθετική σημειογραφία:

45 = 32 × 5.

75 = 3 × 52.

Υπολογίστε τον μεγαλύτερο κοινό διαιρέτη, CMMDC, του αριθμητή και του παρονομαστή του κλάσματος, πολλαπλασιάστε όλους τους κοινούς πρώτους συντελεστές τους, στις χαμηλότερες δυνάμεις:

ΚΜΜΔ (45; 75) = ΚΜΜΔ (32 × 5, 3 × 52) = 3 × 5;

Διαιρέστε τόσο τον αριθμητή όσο και τον παρονομαστή με τον μεγαλύτερο κοινό διαιρέτη, CMMDC:

45/75 = (32 × 5) / (3 × 52) = ((32 × 5) : (3 × 5)) / ((3 × 52) : (3 × 5)) = 3/5.

Τα απλοποιημένα κλάσματα είναι:

16/24 = 2/3.

45/75 = 3/5.

Τα απλοποιημένα κλάσματα είναι κλάσματα ισοδύναμα με τα αρχικά κλάσματα, καθένα από τα οποία έχει την ίδια τιμή με το αρχικό κλάσμα.

16/24 ≈ 0,67; 2/3 ≈ 0,67;

45/75 = 0,6; 3/5 = 0,6;

2) We υπολογίστε το λιγότερο κοινό πολλαπλάσιο, CMMMC, όλων των παρονομαστών των απλοποιημένων κλασμάτων.

Η CMMMC θα είναι ο νέος παρονομαστής των συγκριτικών ισοδύναμων κλασμάτων.

Για να υπολογίσουμε το CMMMC, υπολογίζουμε τους παρονομαστές των κλασμάτων ως γινόμενα των πρώτων παραγόντων σε εκθετική σημειογραφία και στη συνέχεια πολλαπλασιάζουμε όλους τους πρώτους συντελεστές τους μοναδικά στις υψηλότερες δυνάμεις τους.

Ο παρονομαστής του κλάσματος 2/3 είναι 3, ένας πρώτος αριθμός, δεν μπορεί να αποσυντεθεί σε άλλους πρώτους παράγοντες.

Ο παρονομαστής του κλάσματος 3/5 είναι 5, πρώτος αριθμός, δεν μπορεί να αποσυντεθεί σε άλλους πρώτους παράγοντες. CMMMC (3, 5) = 3 × 5 = 15.

3) Φέρνουμε τα κλάσματα στον ίδιο παρονομαστή, ενισχύοντάς τα.

Ενίσχυση κλάσματος = πολλαπλασιάστε τόσο τον αριθμητή όσο και τον παρονομαστή ενός κλάσματος με τον ίδιο μη μηδενικό αριθμό, που ονομάζεται συντελεστής ισχύος, για να λάβετε ένα ισοδύναμο κλάσμα.

Υπολογίζουμε τον συντελεστή ενίσχυσης διαιρώντας το χαμηλότερο κοινό πολλαπλάσιο, CMMMC, με τον παρονομαστή κάθε κλάσματος:

Για το πρώτο κλάσμα: 15: 3 = 5.

Για το δεύτερο κλάσμα: 15: 5 = 3.

Κάθε κλάσμα ενισχύεται με τον δικό του "συντελεστή ενίσχυσης", που υπολογίζεται παραπάνω:

Το πρώτο κλάσμα γίνεται: 2/3 = (5 × 2) / (5 × 3) = 10/15.

Το δεύτερο κλάσμα γίνεται: 3/5 = (3 × 3) / (3 × 5) = 9/15.

Όπως και στην περίπτωση απλοποίησης ενός κλάσματος, με ενίσχυση οι τιμές των κλασμάτων δεν αλλάζουν, αλλά λαμβάνονται μόνο μερικά ισοδύναμα κλάσματα της ίδιας τιμής

2/3 ≈ 0,67; 10/15 ≈ 0,67;

3/5 = 0,6; 9/15 = 0,6.

4) Συγκρίνετε τους αριθμητές των ισοδύναμων κλασμάτων.

Δεδομένου ότι τα κλάσματα έχουν τώρα τον ίδιο παρονομαστή, το μόνο που μένει είναι να συγκρίνουμε τους αριθμητές τους.

10 > 9 => 10/15 > 9/15 => 16/24 > 45/75

# Προσθέτοντας κλάσματα: Θεωρία, Βήματα και Πρακτικό Παράδειγμα, Επεξήγηση. Πώς προστίθενται τα συνηθισμένα κλάσματα;

Υπάρχουν δύο περιπτώσεις σχετικά με τους παρονομαστές κατά την προσθήκη συνήθων κλασμάτων:

Α. τα κλάσματα έχουν ίσους παρονομαστές·

Β. τα κλάσματα έχουν διαφορετικούς παρονομαστές.

Πώς προσθέτετε συνηθισμένα κλάσματα που έχουν τον ίδιο παρονομαστή;

Απλά προσθέστε τους αριθμητές των κλασμάτων.

Ο παρονομαστής του προκύπτοντος κλάσματος θα είναι ακόμη ο κοινός παρονομαστής των κλασμάτων.

Απλοποιήστε το προκύπτον κλάσμα.

Παράδειγμα προσθήκης κλασμάτων που έχουν ίσους παρονομαστές, με επεξηγήσεις

3/18 + 4/18 + 5/18 = (3 + 4 + 5)/18 = 12/18.

Απλώς πρόσθεσα τους αριθμητές των κλασμάτων: 3 + 4 + 5 = 12.

Ο παρονομαστής του προκύπτοντος κλάσματος είναι: 18.

Απλοποιήστε το προκύπτον κλάσμα: 12/18 = (12: 6)/(18: 6) = 2/3.

***Για να προσθέσετε κλάσματα που έχουν διαφορετικούς παρονομαστές, τα κλάσματα πρέπει να μεταφερθούν στον ίδιο παρονομαστή. Πώς κι έτσι;***

1. Απλοποιήστε τα κλάσματα στην απλούστερη ισοδύναμη μορφή τους:

Συνυπολογίστε τόσο τον αριθμητή όσο και τον παρονομαστή κάθε κλάσματος σε πρωταρχικούς παράγοντες.

Υπολογίζεται το CMMDC, ο μεγαλύτερος κοινός διαιρέτης του αριθμητή και παρονομαστή κάθε κλάσματος.

Το CMMDC λαμβάνεται ως το γινόμενο όλων των κοινών πρώτων παραγόντων του αριθμητή και του παρονομαστή, στις χαμηλότερες δυνάμεις.

Στη συνέχεια διαιρεί τόσο τον αριθμητή όσο και τον παρονομαστή με τον μεγαλύτερο κοινό διαιρέτη, cmmdc - μετά από αυτή τη λειτουργία το κλάσμα απλοποιείται στην απλούστερη ισοδύναμη μορφή του.

2. Υπολογίστε το λιγότερο κοινό πολλαπλάσιο, CMMMC, των νέων παρονομαστών των απλοποιημένων κλασμάτων:

Η CMMMC θα είναι ο κοινός παρονομαστής των προστιθέμενων κλασμάτων

Προετοιμάστε όλους τους νέους παρονομαστές απλοποιημένων κλασμάτων.

Το λιγότερο κοινό πολλαπλό CMMMC λαμβάνεται πολλαπλασιάζοντας όλους τους μοναδικούς πρώτους παράγοντες που εμφανίζονται στην αποσύνθεση του παρονομαστή στις υψηλότερες δυνάμεις

3. Υπολογίστε τον συντελεστή ενίσχυσης κάθε κλάσματος:

Ο πολλαπλασιαστής είναι ένας μη μηδενικός φυσικός αριθμός που θα χρησιμοποιηθεί για να πολλαπλασιάσει τόσο τον αριθμητή όσο και τον παρονομαστή κάθε ξεχωριστού κλάσματος για να φέρει όλα τα κλάσματα στον ίδιο κοινό παρονομαστή.

Διαιρέστε το λιγότερο κοινό πολλαπλάσιο CMMMC που υπολογίστηκε στο προηγούμενο σημείο με τον παρονομαστή κάθε μεμονωμένου κλάσματος, αποκτώντας έτσι έναν αριθμό για κάθε μεμονωμένο κλάσμα, τον "συντελεστή ενίσχυσης".

4. Ενισχύστε κάθε κλάσμα:

Πολλαπλασιάστε τόσο τον αριθμητή όσο και τον παρονομαστή κάθε κλάσματος με τον "συντελεστή ενίσχυσης".

Μετά την ενίσχυση, τα κλάσματα μεταφέρονται στον ίδιο παρονομαστή.

5. Προσθέστε τα κλάσματα:

Για να προσθέσετε τα κλάσματα προσθέστε τους αριθμητές όλων των κλασμάτων.

Ο παρονομαστής του προκύπτοντος κλάσματος θα είναι ίσος με τον κοινό παρονομαστή των προστιθέμενων κλασμάτων, δηλαδή το χαμηλότερο κοινό πολλαπλάσιο των παρονομαστών, που υπολογίζεται παραπάνω.

6. Απλοποιήστε το προκύπτον κλάσμα, εάν είναι απαραίτητο.

***Παράδειγμα προσθήκης κλασμάτων που έχουν διαφορετικούς παρονομαστές, με επεξηγήσεις***

6/90 + 16/24 + 30/75 = ?

1. Απλοποιήστε τα κλάσματα στην απλούστερη ισοδύναμη μορφή τους:

[6/90](https://ro.fractii.ro/calculator-cum-se-simplifica-fractia-la-forma-cea-mai-simpla.php?numarator=6&numitor=90) = (2 × 3) / (2 × 32 × 5) = ((2 × 3) : (2 × 3)) / ((2 × 32 × 5) : (2 × 3)) = 1 / (3 × 5) = 1/15

[16/24](https://ro.fractii.ro/calculator-cum-se-simplifica-fractia-la-forma-cea-mai-simpla.php?numarator=16&numitor=24) = 24 / (23 × 3) = (24: 23) / ((23 × 3) : 23) = 2/3

[30/75](https://ro.fractii.ro/calculator-cum-se-simplifica-fractia-la-forma-cea-mai-simpla.php?numarator=30&numitor=75) = (2 × 3 × 5) / (3 × 52) = ((2 × 3 × 5) : (3 × 5)) / ((3 × 52) : (3 × 5)) = 2/5

Απλοποιημένα κλάσματα: 6/90 + 16/24 + 30/75 = 1/15 + 2/3 + 2/5

2. Η Cαθροίζει το λιγότερο κοινό πολλαπλάσιο, CMMMC, των νέων παρονομαστών των απλοποιημένων κλασμάτων:

Αποσυνθέστε τους νέους παρονομαστές των απλοποιημένων κλασμάτων και πολλαπλασιάστε όλους τους μοναδικούς πρωταρχικούς παράγοντες στις υψηλότερες δυνάμεις τους.

15 = 3 × 5

Το 3 είναι πρώτος αριθμός, δεν μπορεί να αποσυντεθεί σε άλλους πρώτους παράγοντες

Το 5 είναι πρώτος αριθμός, δεν μπορεί να αποσυντεθεί σε άλλους πρώτους παράγοντες

CMMMC (15, 3, 5) = CMMMC (3 × 5, 3, 5) = 3 × 5 = 15

3. Υπολογίστε τον συντελεστή ενίσχυσης κάθε κλάσματος:

Διαιρέστε το λιγότερο κοινό πολλαπλάσιο, CMMMC, με τον παρονομαστή κάθε κλάσματος

Για το πρώτο κλάσμα: 15: 15 = 1

Για το δεύτερο κλάσμα: 15: 3 = 5

Για το τρίτο κλάσμα: 15: 5 = 3

4. Ενισχύστε κάθε παράταξη:

Πολλαπλασιάστε τον αριθμητή και τον παρονομαστή κάθε κλάσματος με τον δικό του "συντελεστή μεγέθυνσης". .

Το πρώτο κλάσμα παραμένει αμετάβλητο: 1/15 = (1 × 1)/(1 × 15) = 1/15

Το δεύτερο κλάσμα γίνεται: 2/3 = (5 × 2)/(5 × 3) = 10/15

Το τρίτο κλάσμα γίνεται: 2/5 = (3 × 2)/(3 × 5) = 6/15

5. Προσθέστε τα κλάσματα:

Απλά προσθέστε τους αριθμητές των κλασμάτων.

6/90 + 16/24 + 30/75 = 1/15 + 2/3 + 2/5 = 1/15 + 10/15 + 6/15 = (1 + 10 + 6) / 15  = 17/15

6. Απλοποιήστε το προκύπτον κλάσμα, εάν είναι απαραίτητο.

Σε αυτή την περίπτωση, δεν υπήρχε ανάγκη απλοποίησης του προκύπτοντος κλάσματος, αφού ο αριθμητής και ο παρονομαστής είναι αριθμοί coprime (πρώτοι μεταξύ τους, δεν έχουν κοινούς διαιρέτες).

7. Επιπλέον βήμα - ξαναγράψτε το προκύπτον κλάσμα:

Επειδή το προκύπτον κλάσμα είναι υπερμονάδα, ή ονομάζεται επίσης ακατάλληλο κλάσμα, δηλαδή η απόλυτη τιμή του αριθμητή είναι μεγαλύτερη από την απόλυτη τιμή του παρονομαστή, μπορούμε να το γράψουμε με τη μορφή μικτού κλάσματος:

17/15 = (15 + 2)/15 = 15/15 + 2/15 = 1 + 2/15 = 1 2/15, δηλαδή ένα ολόκληρο και δύο δέκατα πέμπτο.

# Μάθετε πώς να αφαιρείτε κλάσματα: Θεωρία, βήματα, πλήρες παράδειγμα. Αφαίρεση κλασμάτων με ίσους ή διαφορετικούς παρονομαστές

Θεωρία και πρακτικό παράδειγμα, εξηγείται: αφαιρώντας κλάσματα - πώς αφαιρείτε τα συνηθισμένα κλάσματα;

Υπάρχουν δύο περιπτώσεις σχετικά με τους παρονομαστές όταν αφαιρούμε τα συνηθισμένα κλάσματα:

Α. τα κλάσματα έχουν ίσους παρονομαστές·

Β. τα κλάσματα έχουν διαφορετικούς παρονομαστές.

Ένας. Πώς αφαιρείτε τα συνηθισμένα κλάσματα που έχουν τον ίδιο παρονομαστή;

Απλώς αφαιρεί τους αριθμητές των κλασμάτων.

Ο παρονομαστής του προκύπτοντος κλάσματος θα είναι ακόμη ο κοινός παρονομαστής των κλασμάτων.

Απλοποιήστε το προκύπτον κλάσμα.

Παράδειγμα αφαίρεσης κλασμάτων που έχουν ίσους παρονομαστές, με επεξηγήσεις

3/18 + 4/18 - 5/18 = (3 + 4 - 5)/18 = 2/18.

Απλώς αφαιρέσαμε τους αριθμητές των κλασμάτων: 3 + 4 - 5 = 2.

Ο παρονομαστής του προκύπτοντος κλάσματος είναι: 18.

Απλοποιήστε το προκύπτον κλάσμα: 2/18 = (2: 2)/(18: 2) = 1/9.

*Β. Για να αφαιρεθούν κλάσματα που έχουν διαφορετικούς παρονομαστές, τα κλάσματα πρέπει να μεταφέρονται στον ίδιο παρονομαστή. Πώς κι έτσι;*

1. Απλοποιήστε τα κλάσματα στην απλούστερη ισοδύναμη μορφή τους:

Συνυπολογίστε τόσο τον αριθμητή όσο και τον παρονομαστή κάθε κλάσματος σε πρωταρχικούς παράγοντες.

Υπολογίζεται το CMMDC, ο μεγαλύτερος κοινός διαιρέτης του αριθμητή και παρονομαστή κάθε κλάσματος.

Το CMMDC λαμβάνεται ως το γινόμενο όλων των κοινών πρώτων παραγόντων του αριθμητή και του παρονομαστή πολλαπλασιαζόμενου στις χαμηλότερες δυνάμεις.

Στη συνέχεια διαιρεί τόσο τον αριθμητή όσο και τον παρονομαστή με τον μεγαλύτερο κοινό διαιρέτη, cmmdc - μετά από αυτή τη λειτουργία το κλάσμα απλοποιείται στην απλούστερη ισοδύναμη μορφή του.

2. Υπολογίστε το λιγότερο κοινό πολλαπλάσιο, CMMMC, των νέων παρονομαστών των απλοποιημένων κλασμάτων:

Η CMMMC θα είναι ο κοινός παρονομαστής των προστιθέμενων κλασμάτων.

Προετοιμάστε όλους τους νέους παρονομαστές απλοποιημένων κλασμάτων.

Το λιγότερο κοινό πολλαπλό CMMMC λαμβάνεται πολλαπλασιάζοντας όλους τους μοναδικούς πρωταρχικούς παράγοντες που εμφανίζονται στην αποσύνθεση των παρονομαστών πολλαπλασιασμένους στις υψηλότερες δυνάμεις.

3. Υπολογίστε τον συντελεστή ενίσχυσης κάθε κλάσματος:

Ο πολλαπλασιαστής είναι ένας μη μηδενικός φυσικός αριθμός που θα χρησιμοποιηθεί για να πολλαπλασιάσει τόσο τον αριθμητή όσο και τον παρονομαστή κάθε ξεχωριστού κλάσματος για να φέρει όλα τα κλάσματα στον ίδιο κοινό παρονομαστή.

Διαιρέστε το λιγότερο κοινό πολλαπλάσιο CMMMC που υπολογίστηκε στο προηγούμενο σημείο με τον παρονομαστή κάθε μεμονωμένου κλάσματος, αποκτώντας έτσι έναν αριθμό για κάθε μεμονωμένο κλάσμα, που ονομάζεται "συντελεστής ενίσχυσης".

4. Ενισχύστε κάθε κλάσμα:

Πολλαπλασιάστε τόσο τον αριθμητή όσο και τον παρονομαστή κάθε κλάσματος με τον "συντελεστή ενίσχυσης".

Μετά την ενίσχυση, τα κλάσματα μεταφέρονται στον ίδιο παρονομαστή.

5. Αφαιρέστε τα κλάσματα:

Για να αφαιρέσετε τα κλάσματα αφαιρέστε τους αριθμητές όλων των κλασμάτων.

Ο παρονομαστής του προκύπτοντος κλάσματος θα είναι ίσος με τον κοινό παρονομαστή των προστιθέμενων κλασμάτων, δηλαδή το χαμηλότερο κοινό πολλαπλάσιο των παρονομαστών, που υπολογίζεται παραπάνω.

6. Απλοποιήστε το προκύπτον κλάσμα, εάν είναι απαραίτητο.

*Παράδειγμα αφαίρεσης κλασμάτων που έχουν διαφορετικούς παρονομαστές, με επεξηγήσεις*

6/90 + 16/24 - 30/75 = ?

**1. Απλοποιήστε τα κλάσματα στην απλούστερη ισοδύναμη μορφή τους:**

6/90 = (2 × 3) / (2 × 32 × 5) = ((2 × 3) : (2 × 3)) / ((2 × 32 × 5) : (2 × 3)) = 1 / (3 × 5) = 1/15

16/24 = 24 / (23 × 3) = (24: 23) / ((23 × 3) : 23) = 2/3

30/75 = (2 × 3 × 5) / (3 × 52) = ((2 × 3 × 5) : (3 × 5)) / ((3 × 52) : (3 × 5)) = 2/5

**Απλοποιημένα κλάσματα: 6/90 + 16/24 - 30/75 = 1/15 + 2/3 - 2/5**

**2.** Υπολογίστε το λιγότερο κοινό πολλαπλάσιο, CMMMC, των νέων παρονομαστών των απλοποιημένων κλασμάτων:

Αποσυνθέστε τους νέους παρονομαστές των απλοποιημένων κλασμάτων και πολλαπλασιάστε όλους τους μοναδικούς πρωταρχικούς παράγοντες στις υψηλότερες δυνάμεις.

15 = 3 × 5

Το 3 είναι πρώτος αριθμός, δεν μπορεί να αποσυντεθεί σε άλλους πρώτους παράγοντες

Το 5 είναι πρώτος αριθμός, δεν μπορεί να αποσυντεθεί σε άλλους πρώτους παράγοντες

CMMMC (15, 3, 5) = CMMMC (3 × 5, 3, 5) = 3 × 5 = 15

**3. Υπολογίστε τον συντελεστή ενίσχυσης κάθε κλάσματος::**

Διαιρέστε το λιγότερο κοινό πολλαπλάσιο, CMMMC, με τον παρονομαστή κάθε κλάσματος. .

Για το πρώτο κλάσμα: 15: 15 = 1

Για το δεύτερο κλάσμα: 15: 3 = 5

Για το τρίτο κλάσμα: 15: 5 = 3

**4. Ενισχύστε κάθε παράταξη:**

Πολλαπλασιάστε τον αριθμητή και τον παρονομαστή κάθε κλάσματος με τον δικό του "συντελεστή μεγέθυνσης". .

Το πρώτο κλάσμα παραμένει αμετάβλητο: 1/15 = (1 × 1)/(1 × 15) = 1/15

Το δεύτερο κλάσμα γίνεται: 2/3 = (5 × 2)/(5 × 3) = 10/15

Το τρίτο κλάσμα γίνεται: 2/5 = (3 × 2)/(3 × 5) = 6/15

**5. Αφαιρέστε τα κλάσματα:**

Απλώς αφαιρεί τους αριθμητές των κλασμάτων.

6/90 + 16/24 - 30/75 = 1/15 + 2/3 - 2/5 = 1/15 + 10/15 - 6/15 = (1 + 10 - 6) / 15  = 5/15

**6. Απλοποιήστε το προκύπτον κλάσμα, εάν είναι απαραίτητο.**

5/15 = (5: 5)/(15: 5) = 1/3

# Μάθετε πώς να πολλαπλασιάζετε κλάσματα

**Πολλαπλασιασμός κλασμάτων. Πώς πολλαπλασιάζετε τα συνηθισμένα κλάσματα; Βήματα. Παράδειγμα.**

**Πώς πολλαπλασιάζετε δύο κλάσματα;**

**Μετά τον πολλαπλασιασμό των συνηθισμένων κλασμάτων, το προκύπτον κλάσμα θα έχει:**

**ως αριθμητής, το αποτέλεσμα του πολλαπλασιασμού των αριθμητών των κλασμάτων,**

**ως παρονομαστής, το αποτέλεσμα του πολλαπλασιασμού όλων των παρονομαστών των κλασμάτων.**

α/β × γ/δ = (α × γ) / (β × δ)

a, b, c, d είναι ακέραιοι.

εάν τα ζεύγη (a × c) και (b × d) δεν είναι αριθμοί coprime, δηλαδή έχουν κοινούς πρώτους παράγοντες, το προκύπτον κλάσμα πρέπει να απλοποιηθεί.

**Πώς πολλαπλασιάζετε τα συνηθισμένα κλάσματα; Βήματα.**

Εάν είναι απαραίτητο, απλοποιήστε κάθε κλάσμα.

Προκαθορίστε τους αριθμητές και τους παρονομαστές των απλοποιημένων κλασμάτων.

Στον αριθμητή του προκύπτοντος κλάσματος θα γράψουμε τους αριθμητές όλων των κλασμάτων, που αποσυντίθενται σε πρωταρχικούς παράγοντες, με τη μορφή πολλαπλασιασμού, αλλά χωρίς να εκτελέσουμε τη λειτουργία.

Στον παρονομαστή του προκύπτοντος κλάσματος θα γράψουμε τους παρονομαστές όλων των κλασμάτων, που αποσυντίθενται σε πρωταρχικούς παράγοντες, με τη μορφή πολλαπλασιασμού, αλλά χωρίς να εκτελέσουμε τη λειτουργία.

Απλοποιήστε τους κοινούς πρώτους παράγοντες που εμφανίζονται στον αριθμητή και τον παρονομαστή του κλάσματος που προκύπτει.

Εκτελεί τον πολλαπλασιασμό των υπόλοιπων πρώτων παραγόντων του αριθμητή.

Πολλαπλασιάστε τους υπόλοιπους πρωταρχικούς παράγοντες στον παρονομαστή.

Το προκύπτον κλάσμα δεν χρειάζεται πλέον να απλοποιηθεί, αφού έχουμε ήδη απλοποιήσει όλους τους κοινούς πρωταρχικούς παράγοντες.

Εάν το προκύπτον κλάσμα είναι υπερμονάδα (ανεξάρτητα από το σημείο, ο αριθμητής είναι μεγαλύτερος από τον παρονομαστή), μπορεί να ξαναγραφεί ως μικτό κλάσμα, αποτελούμενο από ένα σύνολο και ένα κλάσμα υπομονάδας του ίδιου σημείου.

*Ένα παράδειγμα πολλαπλασιασμού τριών συνηθισμένων κλασμάτων, με εξηγήσεις:*

6/90 × 80/24 × 30/75 = ?

Προκαθορίζουμε τους αριθμητές και τους παρονομαστές των κλασμάτων και απλοποιούμε τα αρχικά κλάσματα.

6/90 = (2 × 3) / (2 × 32 × 5) = ((2 × 3) : (2 × 3)) / ((2 × 32 × 5) : (2 × 3)) = 1/(3 × 5) = 1/15

80/24 = (24 × 5) / (23 × 3) = ((24 × 5) : (23)) / ((23 × 3) : (23)) = (2 × 5)/3 = 10/3

30/75 = (2 × 3 × 5) / (3 × 52) = ((2 × 3 × 5) : (3 × 5)) / ((3 × 52) : (3 × 5)) = 2/5

Σε αυτό το σημείο, τα κλάσματα απλοποιούνται και οι αριθμητές και οι παρονομαστές αποσυντίθενται σε προϊόντα πρώτων παραγόντων:

6/90 × 80/24 × 30/75 = 1/(3 × 5) × (2 × 5)/3 × 2/5

Πολλαπλασιάζουμε τους αριθμητές και τους παρονομαστές των κλασμάτων, αντίστοιχα, εξαλείφοντας τους κοινούς πρωταρχικούς παράγοντες:

1/(3 × 5) × (2 × 5)/3 × 2/5 =

= (1 × 2 × 5 × 2) / (3 × 5 × 3 × 5)

= (1 × 2 × 2 × 5) / (3 × 3 × 5 × 5)

= (~~1~~ × 2 × 2 × ~~5~~) / (3 × 3 × 5 × ~~5~~)

= (2 × 2) / (3 × 3 × 5)

= 4/45

# Κλάσματα, θεωρία: ρητοί αριθμοί

Κλάσματα και ρητοί αριθμοί Q

Η σύνδεση μεταξύ κλασμάτων και ρητών αριθμών Q

Όλα τα κλάσματα 3/4, 6/8, 9/12, ... 27/36, ... που λαμβάνονται με απλοποίηση (ή ενίσχυση), είναι ισοδύναμα κλάσματα, δηλαδή αντιπροσωπεύουν την ίδια ποσότητα, τον μοναδικό ρητό αριθμό:

3/4 = 3: 4 = 0,75.

Το 3/4 έχει διπλή σημασία: αντιπροσωπεύει ένα κλάσμα και έναν ρητό αριθμό, δηλαδή αντιπροσωπεύει όλα τα κλάσματα που λαμβάνονται από το 3/4 με ενίσχυση, αλλά ταυτόχρονα αντιπροσωπεύει τον ρητό αριθμό 0, 75.

Και τα κλάσματα με τον παρονομαστή 1 και εκείνα που λαμβάνονται από την ενίσχυσή τους περιέχονται επίσης στο σύνολο των ρητών αριθμών. για παράδειγμα.

3/1 = 6/2 = 9/3 = ... = 27/9 = ...

Μπορούν να αντικατασταθούν μεταξύ τους, είναι ισοδύναμα.

Ο ακέραιος 0 μπορεί να αντικατασταθεί από ένα άπειρο σύνολο κλασμάτων που έχουν τον αριθμητή 0:

0/1 = 0/2 = 0/3 = ... 0/125 = ...

Εξαιρείται ο παρονομαστής 0. Δεν μπορεί να υπάρξει τέτοιο κλάσμα:

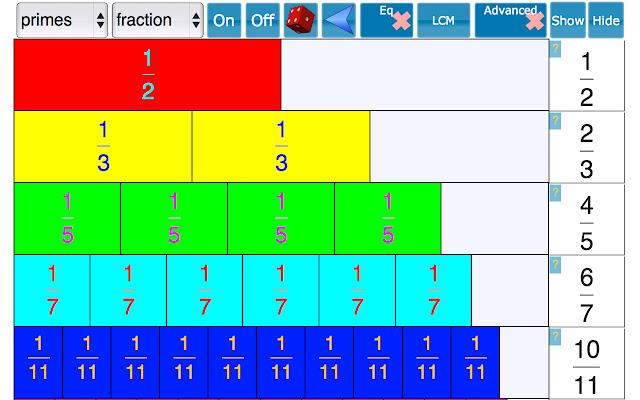
0/0 σάου 9/0 σάου 200/0...

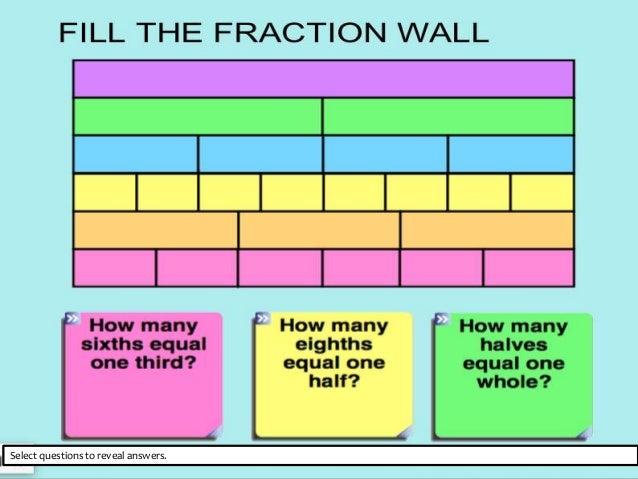
*Ένας ρητός αριθμός δεν έχει προκάτοχο και μοναδικό διάδοχο.*

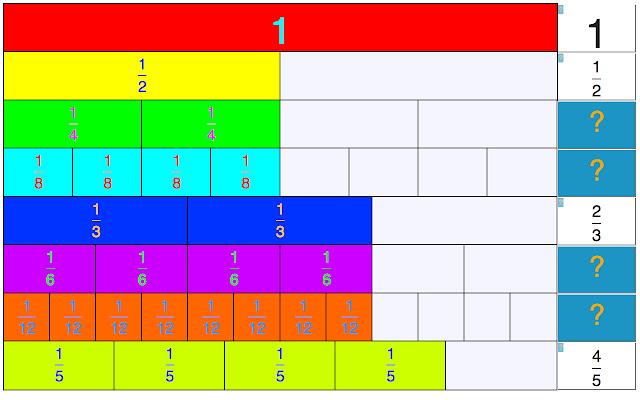
Bμεταξύ δύο ρητών αριθμών r1 και r2 υπάρχει ένα άπειρο σύνολο ρητών αριθμών r:

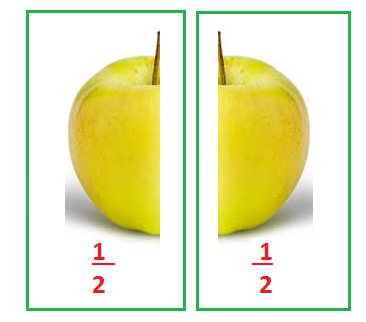
r1 < r < r2 ή r1 > r > r2

# Κλάσματα ανά εικόνες

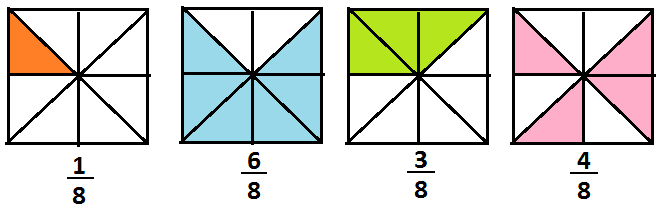




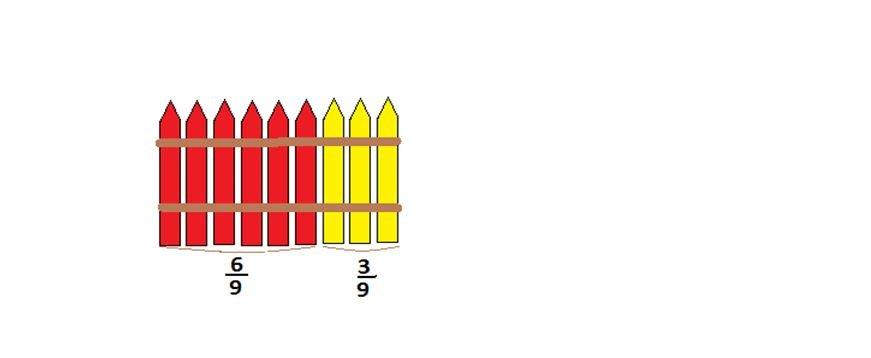




Το 1/2 ενός μήλου είναι μια κλασματική μονάδα του (ολόκληρου) μήλου που έχει χωριστεί σε 2 ίσα μέρη.



Δύο καλές φίλες, η Λάρα και η Αλεξία, ζωγράφισαν τον φράχτη που ήταν προσαρτημένος στο κουκλόσπιτο ως εξής: 6/9 με κόκκινο χρώμα και 3/9 με κίτρινο χρώμα, όπως στην παρακάτω παράσταση:



Παρατηρούμε από το σχέδιο ότι η επιφάνεια του φράχτη χρωματισμένη με κόκκινο χρώμα είναι μεγαλύτερη από την κίτρινη επιφάνεια. Μπορούμε να πούμε ότι ο κλασματικός αριθμός 6/9 είναι μεγαλύτερος από 3/9.

Θα γράψουμε έτσι: 6/9 > 3/9 . Σε αυτή την περίπτωση, συγκρίναμε ίσα μέρη του ίδιου συνόλου (του φράχτη).

Στη συνέχεια θα συγκρίνω ίσα μέρη που δεν ανήκουν στο ίδιο σύνολο. Δύο αδέλφια, ο Βλαντ και ο Ράντου, ετοίμασαν δύο πανομοιότυπες πίτσες και στη συνέχεια κάθισαν στο τραπέζι. Κάθε πίτσα κόπηκε σε 8 φέτες ίσου μεγέθους. Εδώ είναι πόσο κάθε αγόρι έφαγε μετά από ένα τέταρτο της ώρας:



Κοιτάξτε την εικόνα και πείτε ποιος έφαγε λιγότερο. Οι 3 φέτες που έφαγε ο Βλαντ, δηλαδή τα 3/8 της πίτσας, είναι λιγότερες από τις 5 φέτες, δηλαδή τα 5/8 που έφαγε ο Ράντου.

Έτσι 3/8 < 5/8. Στην περίπτωση αυτή συγκρίθηκαν ίσα μέρη πανομοιότυπων συνόλων.

Εάν τα σύνολα δεν έχουν το ίδιο μέγεθος, δεν μπορούμε να συγκρίνουμε τα αντίστοιχα κλάσματά τους. Παρατηρήστε το στην ακόλουθη αναπαράσταση:



Μαζί ανακαλύψαμε ότι:

Από δύο κλάσματα με τον ίδιο παρονομαστή, το κλάσμα με τον μεγαλύτερο αριθμητή είναι μεγαλύτερο.

Μπορούμε να συγκρίνουμε δύο κλάσματα μόνο αν είναι ίσα μέρη του ίδιου συνόλου ή ίσα μέρη πανομοιότυπων συνόλων.

Η Rodica βοήθησε τον παππού της να φυτέψει λαχανικά στον κήπο. Τα λαχανικά διανεμήθηκαν σύμφωνα με το ακόλουθο καθεστώς:



Σημειώνουμε ότι:

στα 2/10 της επιφάνειας του κήπου φύτεψαν φασόλια,

ντομάτα, στα 4/10 ολόκληρου του κήπου,

το 1/10 της επιφάνειας καταλαμβάνεται από πιπεριές,

στα 3/10 του κήπου φύτεψαν λάχανο.

Η μεγαλύτερη έκταση καλλιεργείται με ντομάτες (4/10) και η μικρότερη έκταση με πιπεριές (1/10).

Δείτε πώς ταξινομούμε τα κλάσματα που αντιστοιχούν στις εκτάσεις που καλλιεργούνται με λαχανικά με αύξουσα σειρά::



# Πηγές

<https://mquest.ro/home/learnunitnew?id=32>

<https://mquest.ro/home/ch?c=6>

<https://www.scoalaintuitext.ro/blog/matematica-clasa-a-iii-a-2/>

# Ασκήσεις και προβλήματα

Γράψτε και, στη συνέχεια, συγκρίνετε τα κλάσματα που αντιπροσωπεύονται, χρησιμοποιώντας σημάδια σχέσης (<, >, = ) :



2. Συμπληρώστε τα κλάσματα έτσι ώστε να ισχύουν οι ακόλουθες εξισώσεις:



3. Γράψτε ένα κλάσμα μικρότερο και ένα κλάσμα μεγαλύτερο από τα δεδομένα:



4. Γράψτε όλα τα κλάσματα μικρότερα ή ίσα με 5/8.

5. Γράψτε τα κλάσματα που αντιπροσωπεύονται από χρωματισμό σε αύξουσα σειρά:



6. Βάλτε τα κλάσματα μεταξύ 2/7 και 6/7 σε φθίνουσα σειρά.

7. Ταξινομήστε τα κλάσματα με παρονομαστή 8 και αριθμητή έναν περιττό αριθμό μικρότερο από 6 σε αύξουσα σειρά.



