

Ympyrä

Ympyrä ja ympyrän käsitteet

Kouluaste: K8/K9

Sisällys

Ympyrän määritelmä

Säde [4](#_heading=h.30j0zll)

Ympyrä ja ympyrän kehän osat **6**

Ympyrän kehän pituus [8](#_heading=h.3znysh7)

Ympyrän pinta-ala

Ympyräsektorin ja ympyräkruunun pinta-ala [10](#_heading=h.tyjcwt)

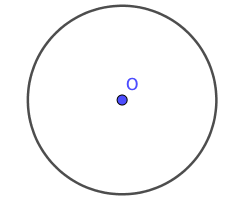
**Esimerkkitehtävät**

**Viitteet 13**

# Ympyrän määritelmä

Jotta ymmärtäisimme, mikä on ympyrä, meidän tulee ensin tarkastella kehän käsitettä.

*“Kehä on suljettu viiva, joka muodostuu kaikista niistä tason pisteistä, jotka ovat yhtä kaukana saman tason samasta pisteestä. Tätä pistettä kutsutaan keskipisteeksi.”*

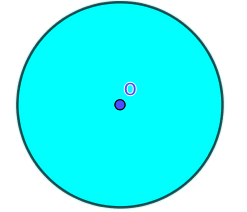


*Kaavio 1: Kehä*

Ympyrän keskipistettä merkitään kirjaimella O.

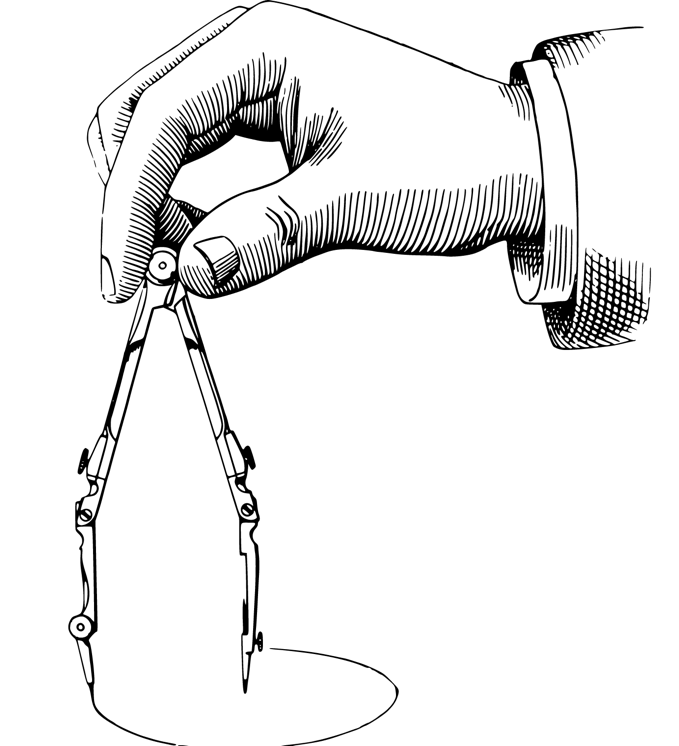
*“Ympyrä on tason osa eli pinta, joka muodostuu kaikista ympyrän kehän pisteistä sekä tämän kehän sisään jäävistä pisteistä.”*

Ympyrän keskipiste on sama kuin kehän keskipiste, joka edustaa ympyrän ääriviivaa eli kehää.



*Kuvio 2: Ympyrä*

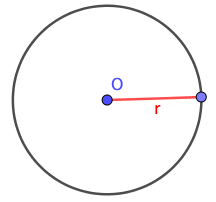
Ympyrä ja kehä eivät ole yksi ja sama geometrinen kappale. Kehä on viiva, ja ympyrä on pinta. Ympyrän piirtämiseen voidaan käyttää piirtotyökalua, jota kutsutaan harpiksi. Harpin aukeamiskulma vastaa kunkin kehän pisteen etäisyyttä keskipisteestä.



*Kuvio 3: Harppi, osoitteesta: https://publicdomainvectors.org*

## Säde

Säteellä tarkoitetaan ympyrän kehän minkä tahansa pisteen etäisyyttä ympyrän keskipisteestä. Sädettä merkitään symbolilla r.



*Kuvio 4. Ympyrän säde*

Ympyrän keskipiste ja säde ovat myös sen ympyrän keskipiste ja säde, jonka ympyrä sulkee sisäänsä.

Piste kuuluu ympyrään, jos sen etäisyys keskipisteestä on yhtä suuri kuin säde.

Immagine che contiene diverso

Descrizione generata automaticamente

*Kuvio 5. Pisteet ja ympyrän kehä*

*OA<r ∉ kehä OC>r ∉ kehä OB>r ∈ kehä.*

Piste kuuluu ympyrään, jos sen etäisyys keskipisteestä on pienempi tai yhtä suuri kuin säde.

Immagine che contiene orologio

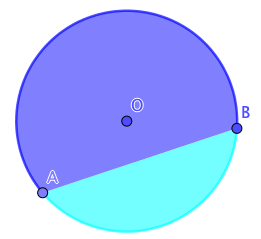
Descrizione generata automaticamente

*Kuvio 6. Ympyrä ja pisteitä*

OA<r ∈ ympyrä OC>r ∉ ympyrä OB>r ∈ ympyrä

# Ympyrän ja ympyrän osat

Oletetaan, että ympyrässä on kaksi pistettä, A ja B. Näitä pisteitä yhdistävää janaa kutsutaan jänteeksi. Jänne jakaa ympyrän kahteen osaan, joita kutsutaan segmenteiksi.



*Kuvio 7. Jänne ja segmentit*

Kehän pisteitä vaihtelemalla voidaan piirtää ääretön määrä jänteitä. Keskipisteen kautta kulkevaa jännettä kutsutaan halkaisijaksi.

Immagine che contiene elettronico, grafica vettoriale

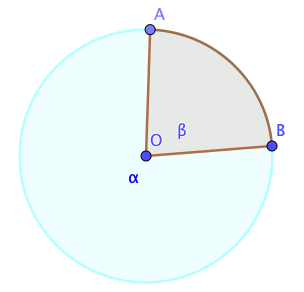
Descrizione generata automaticamente

*Kuvio 8. Halkaisija ja puoliympyrät*

Halkaisijan ominaisuuksia ovat:

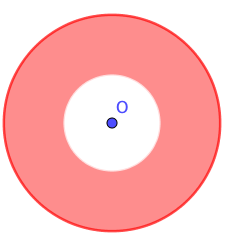
* halkaisija on kaksi kertaa yhtä pitkä kuin ympyrän säde
* halkaisija on ympyrän pisin jänne
* halkaisija jakaa ympyrän kahteen yhtä suureen osaan, joita kutsutaan puoliympyröiksi

Saman ympyrän kaksi sädettä jakavat ympyrän kahteen tason osaan, joista kutakin kutsutaan ympyräsektoriksi. Kunkin sektorin leveys on yhtä suuri kuin säteiden muodostaman kulman leveys.



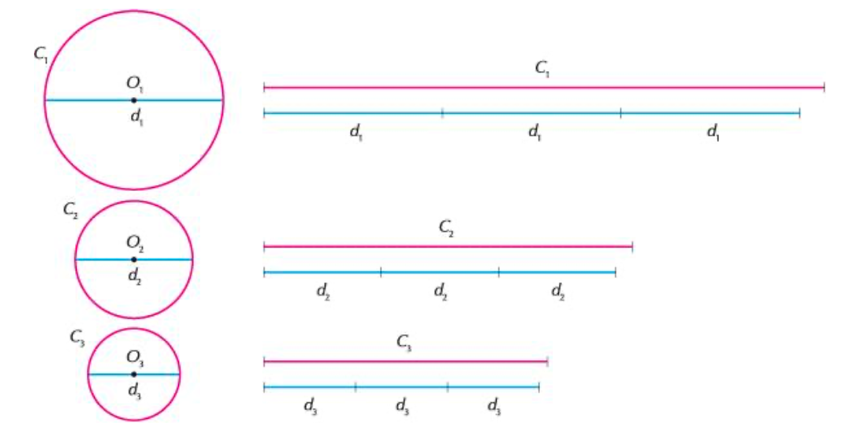
*Kuvio 9. Ympyräsektori*

Ympyräkruunu on se ympyrän osa, joka jää kahden samankeskisen ympyrän väliin. Toisin sanoen ympyräkruunulla tarkoitetaan kahta ympyrää, jotka ovat toistensa sisällä ja joilla on yhteinen keskus.



*Kuvio 10. Ympyräkruunu*

## Ympyrän pituus



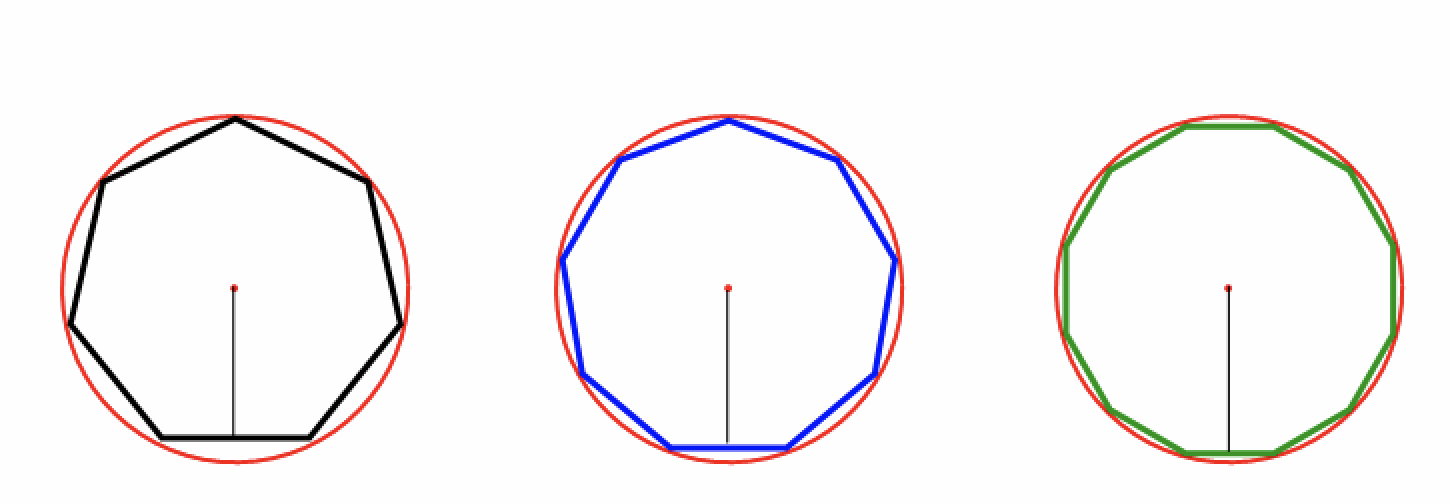
*Kuvio 11. Ympyrän kehä suorana janana*

Jos otamme kolme kehää, leikkaamme ne irti ja asetamme ne suoraksi linjaksi, huomaamme tärkeän ominaisuuden: kehän pituuden ja halkaisijan pituuden välinen suhde pysyy vakiona kehän koosta riippumatta. Tätä suhdetta kutsutaan nimellä pii (π). Nähdään siis, että kullekin kehälle C pätee:

koska halkaisija on kaksi kertaa säteen pituus, saadaan:

jolloin kehän pituus on kaksi kertaa säde kertaa pii.

## Ympyrän pinta-ala



*Kuvio 11. Säännölliset monikulmiot*

Yllä olevassa kuvassa on ympyröitä, joihin on lisätty säännöllisiä monikulmioita, joiden sivujen lukumäärä kasvaa (seitsenkulmio, yhdeksänkumio, kaksitoistakulmio). Monikulmion sivujen lukumäärän kasvaessa monikulmion ympärysmitta pyrkii yhtenemään kehän kanssa, kun taas apoteeman pituus yhtenee säteen kanssa.

Kuvitellaan, että on monikulmio, jolla on ääretön määrä sivuja. Monikulmion ympärysmitta on tällöin sama kuin kehä, apoteema yhtä pitkä kuin säde ja pinta-ala yhtä suuri kuin ympyrän pinta-ala.

Säännöllisen monikulmion pinta-ala on yhtä suuri kuin ympärysmitta kertaa apoteema jaettuna kahdella. Jos ympyrän katsotaan olevan säännöllinen monikulmio, jolla on ääretön määrä sivuja, voimme laskea sen pinta-alan seuraavasti:

jossa P on kehän pituus (2πr) ja apoteema säde (r):

jolloin

## Ympyräkruunun ja ympyräsektorin pinta-ala

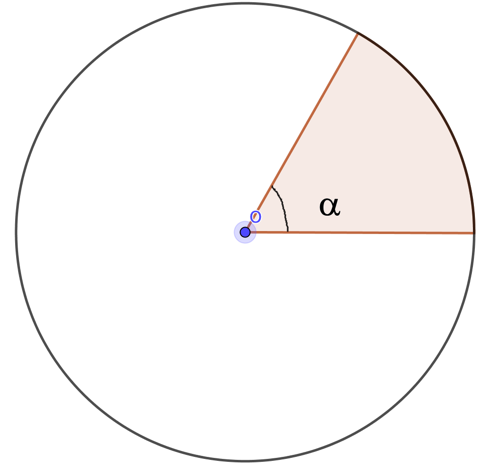
Immagine che contiene testo, orologio

Descrizione generata automaticamente

*Kuvio 12. Ympyräkruunu*

Ympyränkruunun pinta-ala saadaan vähentämällä suurimman säteen omaavan ympyrän pinta-alasta pienimmän säteen omaavan ympyrän pinta-ala. Kaavojen avulla saadaan:

Pyöreän sektorin pinta-ala saadaan jakamalla vastaavan ympyrän pinta-ala 360°:lla ja kertomalla sektorin asteiden lukumäärällä α.



*Kuvio 12. Ympyräsektori*

# Esimerkkitehtävät

1. Laske ympyrän pinta-ala, kun sen säde on 10 cm.
2. Laske ympyrän pinta-ala, kun sen kehän pituus on 56,52 dm.
3. Laske ympyräsektorin pinta-ala, kun sen α=115° on ja säde=10cm.
4. Laske kulman suuruus sellaisen ympyräsektorin keskipisteessä, jonka pinta-ala on 5702,24 neliömetriä ja jonka kehä on 414,48 metriä pitkä.

# Viitteet

https://www.youtube.com/watch?v=YwcVRkxLEx4