

Geometrisia rakenteita

School Grade: K8/K9

Sisällys

[Geometriset rakenteet 3](#_heading=h.30j0zll)

Keskinormaali [4](#_heading=h.1fob9te)

[Yhdensuuntaiset suorat 6](#_heading=h.2et92p0)

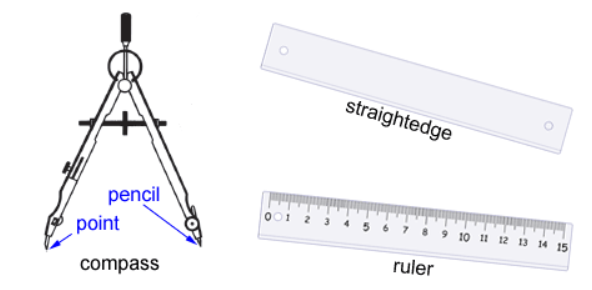
[Kulman puolittaja 9](#_heading=h.tyjcwt)

[Kulmien muodostaminen kulmamitan avulla 10](#_heading=h.3dy6vkm)

[Viitteet 15](#_heading=h.1t3h5sf)

# Geometriset rakenteet

Tunnet varmasti paljon erilaisia muotoja ja osaat piirtää niitä käsilläsi. Tiedät, miten viivoittimen avulla muodostetaan tietyn mittainen suora, neliö, suorakulmio tai kolmio. Tässä osassa opimme lisää geometrisia rakenteita, joita voi muodostaa harpin ja viivoittimen (ja joskus myös kulmamittarin) avulla. Opit, miten muodostetaan keskinormaali, kulman puolittaja sekä yhdensuuntaiset suorat.



Obrázok, na ktorom je text, zariadenie, kompas

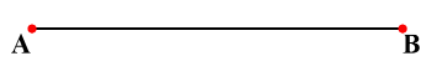
Automaticky generovaný popis

**Protractor**

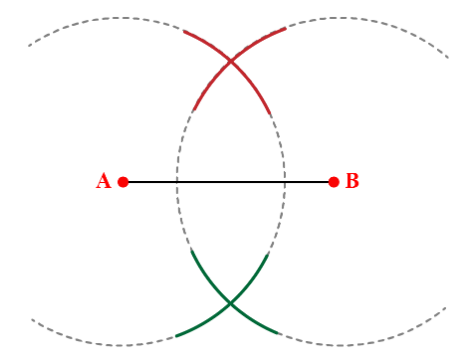
# Keskinormaali

Tässä laskutoimituksessa hyödynnetään matemaattista tosiasiaa, että mikä tahansa piste suoran keskinormaalillla on aina yhtä kaukana kyseisen suoran kahdesta päätepisteestä.

Oletetaan, että meillä on suora AB.



Piirretään AB:n molemmille puolille kaaret, jotka leikkaavat toisensa alla esitetyllä tavalla. A ja B ovat keskipisteitä, ja säde on yli puolet AB:n säteestä.



Kaarien säteiden on oltava yli puolet AB:n pituudesta, koska jos niiden säteet ovat alle puolet AB:n pituudesta, kaaret eivät leikkaa toisiaan.

Olkoon näin saadut kaksi leikkauspistettä P ja Q. Piirretään P:n ja Q:n kautta suora, joka on kysytty keskinormaali.

Obrázok, na ktorom je text, lietanie, pestrofarebné, čiara

Automaticky generovaný popis

Tässä POQ on AB:n keskinormaali.

# Yhdensuuntaiset suorat

Nämä kaksi suoraa ovat yhdensuuntaisia.

Obrázok, na ktorom je text, anténa, zariadenie

Automaticky generovaný popis

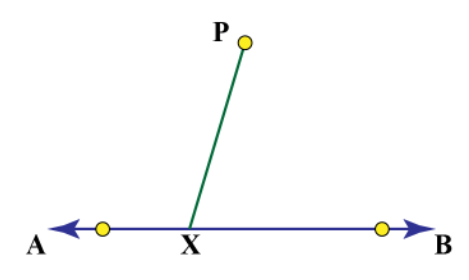
Opimme nyt muodostamaan yhdensuuntaisia suoria käyttämällä harppia.

Olkoon AB suora ja P piste AB:n ulkopuolella.

Obrázok, na ktorom je text, atletické hry, šport, tenis

Automaticky generovaný popis

Piirretään pisteen P kautta poikittaissuora, joka leikkaa suoran AB vaikkapa kohdassa X.

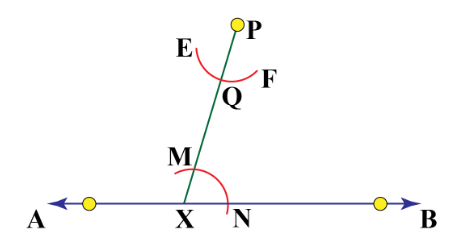


Olkoon kaaren keskipiste X ja sen säde mikä tahansa. Piirretään näin kaari, joka leikkaa suoran PX pisteessä M ja AB pisteessä N.

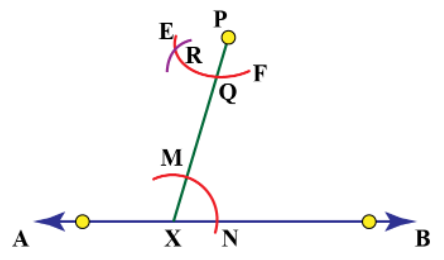
Diagram

Description automatically generated

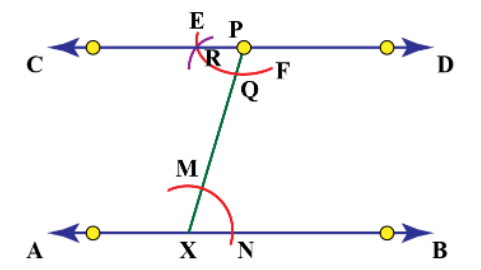
Piirretään nyt kaari EF, joka leikkaa suoran PX kohdassa Q. Kaaren keskipiste on P ja sillä on sama säde.



Piirretään kaari, jonka keskipiste on Q ja jolla on sama säde. Kaari leikkaa kaaren EF kohdassa R.



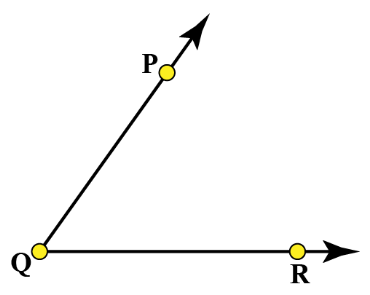
Yhdistetään R ja P ja jatketaan sitä molemmin puolin, jotta saadaan suora CD.



Tässä suoraa CD on yhdensuuntainen suoran AB kanssa.

# Kulman puolittaja

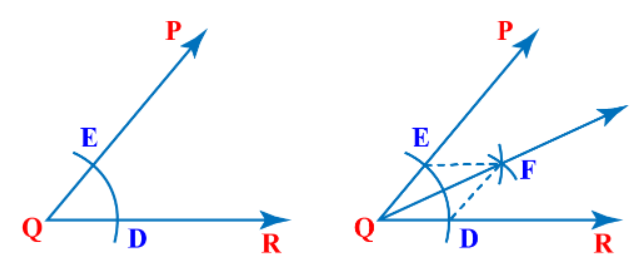
Oletetaan, että meillä on kuma ∠PQR, jonka haluamme puolittaa.



Olkoon Q keskipiste. Piirrä kaari, jonka säde on mielivaltainen ja joka leikkaa suorat QP ja QR esimerkiksi pisteissä E ja D.

Otetaan nyt keskipisteiksi D ja E, joiden säde on sama. Piirretään kaaret, jotka leikkaavat toisensa esimerkiksi pisteessä F.

Piirrä säde QF.



Tässä QP on ∠PQR:n kulmanpuolittaja.

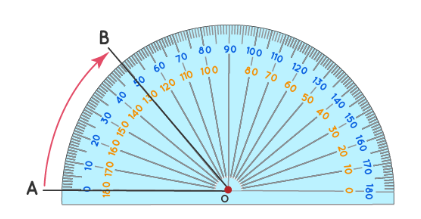
# Kulmien muodostaminen kulmamitan avulla

Kulma voidaan muodostaa joko kulmamitan ja viivoittimen tai harpin ja viivoittimen avulla. Katsotaan nyt, miten 50° kulma saadaan muodostettua kulmamittarin avulla.

Piirretään suora OA.

Aseta kulmamitan keskipiste pisteeseen O.

Aloitetaan pisteestä A, kierretään myötäpäivään ja merkitään piste 50 asteen kohdalle katsomalla mittatikun ulkokehää. Merkitse tämä piste nimellä B.

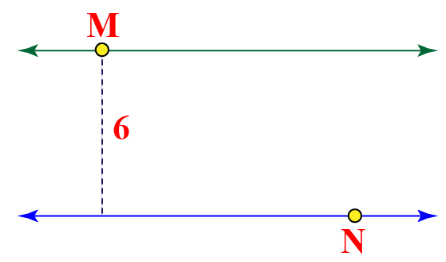


∠BOA on vaadittu 50° kulma.

**Esimerkki 1**

Vihreä ja sininen suora ovat yhdensuuntaisia, ja M ja N ovat vihreän ja sinisen suoran pisteitä.

Jos lyhin etäisyys M:stä siniseen viivaan on kuusi yksikköä.



Mikä on lyhin etäisyys N:stä vihreään viivaan?

**Ratkaisu**

Kyseiset suorat ovat yhdensuuntaisia, joten ne ovat koko matkaltaan yhtä kaukana toisistaan.

Tämä tarkoittaa sitä, että sinisen viivan kohtisuora etäisyys M:stä on yhtä pitkä kuin vihreän viivan kohtisuora etäisyys N:stä. Tämä etäisyys on siis kuusi yksikköä.

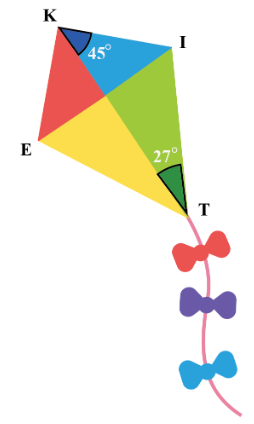
Itse asiassa lyhin etäisyys näiden kahden viivan välillä on niiden välinen kohtisuora etäisyys.

Lyhin etäisyys N:n ja vihreän suoran välillä on siis kuusi yksikköä.

**Esimerkki 2**

Ryan lennättää leijaa.

Leijan kaksi kulmaa on puolitettu alla olevan kuvan mukaisesti.



Kuinka suuria ovat kulmat ∠EKI ja ∠ITE?

**Ratkaisu**

Kulmat ∠EKI ja ∠ITE halkaisee suora KT↔.

KT↔ jakaa kulmat ∠EKI ja ∠ITE vastaavasti kahteen yhtä suureen kulmaan.

Näin ollen,

∠EKI=2×45°=90°.

ja

∠ITE=2×27°=54°.

**Esimerkki 3**

Amy pyysi Miaa todistamaan sen, miten suoran keskinormaali voidaan muodostaa.

Obrázok, na ktorom je text

Automaticky generovaný popis

Osaatko auttaa häntä todistamaan tämän?

**Ratkaisu**

ΔPAQ:ssa ja ΔPBQ:ssa:

1. PA = PB (samansäteiset kaaret)

2. QA = QB (jälleen samansäteiset kaaret).

3. PQ = PQ (yhteinen)

SSS-kriteerin mukaan nämä kaksi kolmiota ovat yhteneviä, mikä tarkoittaa, että

∠APO = ∠BPO.

ΔAPO:ssa ΔBPO:n kanssa:

1. PA = PB (kaaret, joilla on sama säde).

2. ∠APO = ∠BPO (juuri esitetty).

3. PO = PO (yhteinen)

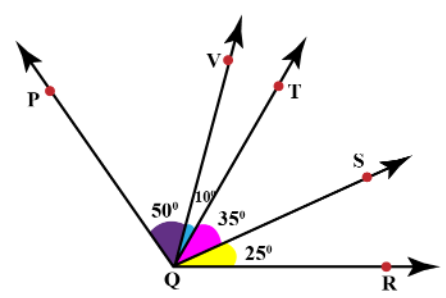
SAS-kriteerin mukaan nämä kaksi kolmiota ovat yhteneviä, mikä tarkoittaa, että AO = BO, ja myös:

∠AOP = ∠BOP = 180°/2=90°.

POQ on AB:n keskinormaali.

**Esimerkki 4**

∠PQR on jaettu eri kulmiin.



Voitko määrittää ∠PQR∠PQR:n kulmanpuolittajan?

**Ratkaisu**

Huomaa, että,

∠PQT=∠PQV+∠VQT=50°+10°=60°∠PQT=∠PQV+∠VQT=50°+10°=60°

∠TQR=∠TQS+∠SQR=35°+25°=60°∠TQR=∠TQS+∠SQR=35°+25°=60°

Tämä tarkoittaa, että ∠PQT=∠TQR

Säde QT on siis ∠PQR:n kulmanpuolittaja.

# Viitteet

<https://www.cuemath.com/geometry/geometric-construction/>

<https://www.cuemath.com/geometry/construction-of-angles/>

<https://www.math.net/geometric-construction>

<https://www.mathsisfun.com/geometry/constructions.html>