

**Murtoluvut**

Koululuokka: K7

**Sisältö**

[Mitä ovat yhteiset murtoluvut?? 3](#_Toc126236537)

[Merkitse sääntö kertoessasi tai jakaessasi 4](#_Toc126236538)

[Osoittajien ja nimittäjien merkki 4](#_Toc126236539)

[Murtoluku merkki 5](#_Toc126236540)

[Tavallisten jakeiden tyypit 5](#_Toc126236541)

[Murtoluvut, muodonmuutokset, teoria 6](#_Toc126236542)

[Opi vertaamaan tavallisia murtolukuja. Askeleet. Selitykset. 8](#_Toc126236543)

[Murtolukujen lisääminen: teoria, vaiheet ja käytännön esimerkki, selitetty. Miten tavalliset jakeet lisätään? 11](#_Toc126236544)

[Opi vähentämään murtolukuja: teoria, askeleet, täydellinen esimerkki. Saman tai erilaisen nimittäjän murtolukujen vähentäminen 14](#_Toc126236545)

[Opi kertomaan murtoluvut 18](#_Toc126236546)

[Murtoluvut, teoria: rationaaliluvut 20](#_Toc126236547)

[Murtoluvut kuvien mukaan 21](#_Toc126236548)

[Lähteet 25](#_Toc126236549)

[Harjoituksia ja ongelmia 25](#_Toc126236550)



# Mitä ovat yhteiset murtoluvut??

Jos meidän on jaettava 6 omenaa tasan 3 lapsen kesken, suoritamme toimenpiteen:

6:3 = 2

Näin tiedämme, että jokainen lapsi saa 2 omenaa.

Jos meidän on jaettava 2 omenaa tasan 3 lapselle, jako on ratkaistava:

2:3 = ?

tällä operaatiolla ei ole ratkaisua luonnollisten lukujen joukossa;

voimme kuitenkin jakaa omenat veitsellä: omenan määrä kullekin lapselle määritellään murto-osalla 2/3

kaikki vastaavat tapaukset johtavat murtolukuihin  2/3

kaikki vastaavat tapaukset johtavat murtolukuihin.

**Jakeet muodostetaan jakamalla:**

jokainen fraktio on muotoa a/b

"a" "a" on osoittaja, joka on kirjoitettu murtoviivan yläpuolelle;

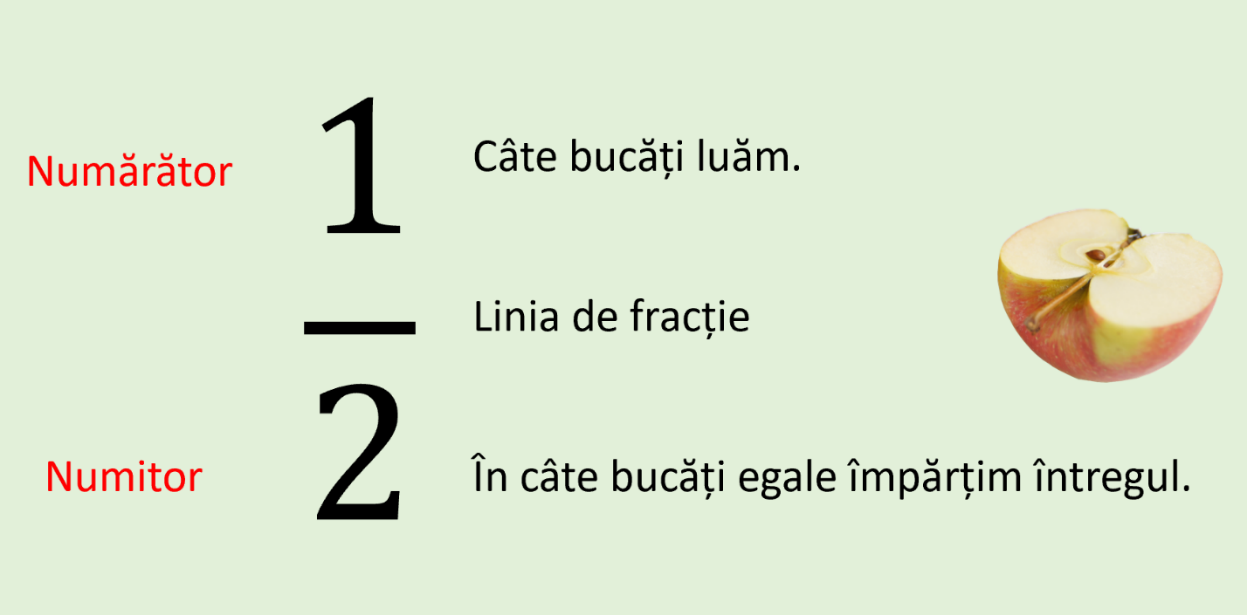
"b" on nimittäjä, joka on kirjoitettu murtoviivan alapuolelle; "b" ei voi olla nolla;

"b" kertoo kuinka moneen yhtä suureen osaan "a" jaettiin;

murto-osan arvo lasketaan jakamalla osoittaja "a" nimittäjällä "b":"

a" : "b"

näitä murtolukuja, joissa osoittaja ja nimittäjä ovat kokonaislukuja, kutsutaan tavallisiksi murtoluvuiksi.



# Merkitse sääntö kertoessasi tai jakaessasi

(+)(+) = (+)

(+)(-) = (-); (-)(+) = (-)

(-)(-) = (+)

# Osoittajien ja nimittäjien merkki

Murtoluvun osoittajat ja nimittäjät voivat olla positiivisia tai negatiivisia kokonaislukuja.

Esimerkki murtoluvuista positiivisilla osoittajilla ja nimittäjillä: 7/6, 3/4, 13/20

Esimerkki murtoluvuista negatiivisilla osoittajilla ja nimittäjillä: -7/-6, -3/-4, -13/-20

Esimerkki murtoluvuista, joissa on positiiviset ja/tai negatiiviset osoittajat ja nimittäjät: -7/6, 3/-4, -13/-20

# Murtoluku merkki

Murtoluvun osoittaja- ja nimittäjämerkit otetaan pois sen edestä ja yhdistetään yllä olevan merkkisäännön mukaisesti, jolloin yllä olevista murtoluvuista tulee:

-7/-6 = (-)(-)7/6 = (+)7/6 = 7/6

-3/-4 = (-)(-)3/4 = (+)3/4 = 3/4

-13/-20 = (-)(-)13/20 = (+)13/20 = 13/20

-7/6 = (-)(+)7/6 = (-)7/6 = - 7/6

3/-4 = (+)(-)3/4 = (-)3/4 = - 3/4

-13/-20 = (-)(-)13/20 = (+)13/20 = 13/20

# Tavallisten jakeiden tyypit

**Luvun absoluuttinen arvo =** luvun numeerinen arvo riippumatta sen etumerkistä. Esimerkiksi luvun -7 (kirjoitettuna │-7│) itseisarvo on 7. Lisää esimerkkejä: |-17| = 17; |10| = 10; |-123| = 123;

**Alayksikön murtoluvut:** 2/3, 1/7, 5/9, - 11/13, 10/11, -15/-16 - osoittajan itseisarvo on pienempi kuin nimittäjän itseisarvo, joten itseisarvo murto-osa on pienempi kuin 1,**1.**

**Alayksikköfraktiot:** 5/5, 11/11, -19/19; osoittajan itseisarvo on yhtä suuri kuin nimittäjän itseisarvo, joten murto-osan itseisarvo on yhtä suuri kuin 1.

**Superyksikkö tai väärät murtoluvut:** 4/3, 16/3, 9/8, 123/-13 - osoittajan itseisarvo on suurempi kuin nimittäjän itseisarvo, joten murto-osan itseisarvo on suurempi kuin 1; näitä murtolukuja kutsutaan myös vääriksi jakeiksi.

**Väärät murtoluvut voidaan kirjoittaa myös sekamurtolukuina:**

4/3 = 3/3 + 1/3 = 1 + 1/3, joka on kirjoitettu: 1 1/3

16/3 = 15/3 + 1/3 = 5 + 1/3, joka on kirjoitettu: 5 1/3

9/8 = 8/8 + 1/8 = 1 + 1/8, joka on kirjoitettu: 1 1/8

123/-13 = - 123/13 = - (117 + 6)/13 = - 117/13 - 6/13 = - 9 - 6/13, joka on kirjoitettu: - 9 6/13

Huomaa, että sekamurto koostuu kokonais- ja alayksikkömurto-osasta, joilla molemmilla on sama merkki.

Jos murto-osan osoittaja on yhtä suuri kuin toisen murtoluvun nimittäjä ja päinvastoin, niin murto-osia kutsutaan käänteisiksi tai käänteisiksi. Esim: 3/5 ja 5/3; 17/6 și 6/17 - murtoluvun ja sen käänteisluvun tulo on 1.

# Murtoluvut, muodonmuutokset, teoria

**Muoto muuttuu. Murtolukujen vahvistus ja yksinkertaistaminen**

**Muoto muuttuu**

Jos jaamme kokonaisuuden kolmeen yhtä suureen osaan ja erotamme sitten yhden osan, saamme saman määrän kuin jakaisimme kokonaisuuden 6 yhtä suureen osaan ja ottaisimme kaksi osaa.

Niin:

1/3 = 2/6

Sen mukaan, mitä on sanottu, voimme kirjoittaa:

2/5 = 4/10

5/3 = 20/12

2/3 = 4/6 = 6/9 = ... = 24/36 = ...

**Yhteinen jakaja.** Lukua 2, johon murto-osan muodostavat kaksi lukua jaettiin, kutsutaan osoittajan ja nimittäjän yhteiseksi jakajaksi.

Yksinkertaistetun murtoluvun osoittaja on nyt 6 ja nimittäjä 8.

Lisäksi huomaamme, että kaksi uutta numeroa, uusi osoittaja ja uusi nimittäjä, 6 ja 8, ovat jälleen jaollisia 2:lla ilman jäännöstä (niillä on yhteinen jakaja 2), joten jaamme jälleen murtoluvun osoittajan ja nimittäjän. mennessä 2:

6/8 = (6 : 2)/(8 : 2) = ¾

Murto-osan arvo 3/4, jonka se laskee:

3 : 4 = 0,75

Saatu uusi murto-osa, 3/4, on siksi yksinkertaistettu murto-osa, joka vastaa murto-osia 12/16 ja 6/8

Pelkistymätön murto-osa. Lisäksi murto-osaa 3/4 kutsutaan pelkistymättömäksi murtoluvuksi, eli sitä ei voi enää yksinkertaistaa, se on yksinkertaisimmassa muodossaan, luvut 3 ja 4, murtoluvun osoittaja ja nimittäjä, ovat koalkisia lukuja ( alkuluku niiden välillä), joten niillä ei ole yhteisiä jakajia 1:n lisäksi.

Kuinka yksinkertaistetaan murtoluku 12/16 sen yksinkertaisimpaan, pelkistymättömään muotoon?

Suurin yhteinen jakaja, CMMDC. Yksinkertaistaaksemme murtoluvun sen yksinkertaisimpaan, pelkistymättömään muotoon, meidän on jaettava murtoluvun osoittaja ja nimittäjä niiden suurimmalla yhteisellä jakajalla cmdc (12; 16).

Hajoaminen alkutekijöihin. Yksi tapa laskea cmmdc on alkuluku kaksi lukua ja sitten kertoa yhteiset alkutekijät pienimpiin potenssiin, katso alla.

Osoittaja ja nimittäjä, jaettu alkutekijöiden tuloiksi*:*

12 = 2 × 2 × 3 = 22 × 3

16 = 2 × 2 × 2 × 2 = 24

Suurin yhteinen jakaja CMMDC (12; 16) lasketaan kertomalla kaikki yleiset alkutekijät (löytyy sekä osoittajasta että nimittäjästä) niiden pienimpiin potenssiin seuraavasti:

CMMDC (12; 16) = (22 × 3; 24) = 22 = 4

Lopuksi murtoluvun yksinkertaistamiseksi sen yksinkertaisimpaan, pelkistymättömään muotoon jaa murtoluvun osoittaja ja nimittäjä CMMDC:llä:

12/16 = (12:4) / (16:4) = ¾

Pelkistymätön murto-osa. Näin saatua murto-osaa, 3/4, kutsutaan pelkistämättömäksi yksinkertaistetuksi murtoluvuksi (eli sitä ei voi yksinkertaistaa enempää, se on yksinkertaisimmassa muodossaan, osoittaja ja nimittäjä ovat alkulukuja keskenään, niillä ei ole muita yhteisiä jakajia kuin 1).

Murto-osa 3/4 on yhtä suuri kuin alkuperäinen murtoluku 12/16, eli se edustaa samaa arvoa (tai samaa suhdetta). Kuten yllä näimme:

3/4 = 6/8 = 12/18 - kaikki nämä ovat ekvivalentteja murtolukuja, jotka on saatu yksinkertaistamalla.

Vastaavat murtoluvut voidaan saada paitsi yksinkertaistamalla, myös vahvistamalla murto-osa, eli kertomalla osoittaja ja nimittäjä samalla ei-nolla-luvulla, eli käänteisellä yksinkertaistamisprosessilla, mutta tämä on toinen keskustelu.

Miksi murtoluvut yksinkertaistuvat?

Murtolukuoperaatioihin liittyy usein tuominen samaan nimittäjään (esim. murtolukujen yhteen- ja vähennyslasku, murtolukujen vertailu), ja joskus sekä osoittajat että nimittäjät ovat suuria lukuja, mikä edellyttää raskaiden laskelmien suorittamista vastaavasti.

Yksinkertaistamalla murtolukua sekä osoittaja että nimittäjä voidaan pienentää pienempiin lukuihin, joiden kanssa on helpompi työskennellä, mikä vähentää laskennallista vaivaa..

# Opi vertaamaan tavallisia murtolukuja. Askeleet. Selitykset.

1) Yksinkertaistamme murtoluvut niiden yksinkertaisimpaan, pelkistymättömään ekvivalenttiin:

Murto-osa 16/24:

Kerroin osoittaja ja nimittäjä alkutekijöiksi eksponentiaalisessa merkinnässä:

16 = 24;

24 = 23 × 3;

Laskee murtoluvun osoittajan ja nimittäjän suurimman yhteisen jakajan, CMMDC, kertomalla kaikki niiden yhteiset alkutekijät pienimpiin potenssiin:

CMMDC (16; 24) = CMMDC (24; 23 × 3) = 23;

Jaa osoittaja ja nimittäjä suurimmalla yhteisellä jakajalla, CMMDC:

16/24 = 24 / (23× 3) = (24 : 23) / ((23× 3) : 23) = 2/3.

Murto-osa 45/75:

Kerroin osoittaja ja nimittäjä alkutekijöiksi eksponentiaalisessa merkinnässä:

45 = 32 × 5;

75 = 3 × 52;

Laske murtoluvun osoittajan ja nimittäjän suurin yhteinen jakaja CMMDC, kerro kaikki niiden yhteiset alkutekijät pienimpiin potenssiin:

CMMDC (45; 75) = CMMDC (32 × 5; 3 × 52) = 3 × 5;

Jaa osoittaja ja nimittäjä suurimmalla yhteisellä jakajalla, CMMDC:

45/75 = (32 × 5) / (3 × 52) = ((32 × 5) : (3 × 5)) / ((3 × 52) : (3 × 5)) = 3/5.

Yksinkertaistetut murtoluvut ovat:

16/24 = 2/3;

45/75 = 3/5.

Yksinkertaistetut murtoluvut ovat alkuperäisiä murtolukuja vastaavia murtolukuja, joilla kullakin on sama arvo kuin alkuperäisellä murtoluvulla.

16/24 ≈ 0,67; 2/3 ≈ 0,67;

45/75 = 0,6; 3/5 = 0,6;

2) Laskemme yksinkertaistettujen murtolukujen nimittäjien pienimmän yhteiskerran, CMMMC.

CMMMC on verrattujen ekvivalenttien murtolukujen uusi nimittäjä.

CMMMC:n laskemiseksi laskemme murtolukujen nimittäjät alkutekijöiden tuloina eksponenttimerkinnässä ja kerromme sitten kaikki niiden alkutekijät yksilöllisesti niiden korkeimpiin potenssiin.

Murtoluvun 2/3 nimittäjä on 3, alkuluku, sitä ei voi hajottaa muihin alkutekijöihin.

Murtoluvun 3/5 nimittäjä on 5, alkuluku, ei voida hajottaa muihin alkutekijöihin.CMMMC (3, 5) = 3 × 5 = 15.

3)

Tuomme murtoluvut samaan nimittäjään vahvistaen niitä.

Murtoluvun vahvistus = kerro murto-osan osoittaja ja nimittäjä samalla nollasta poikkeavalla luvulla, jota kutsutaan tehokertoimeksi, saadaksesi vastaava murto-osa.

Laskemme vahvistuskertoimen jakamalla alimman yhteiskerran, CMMMC, kunkin murto-osan nimittäjällä:

Ensimmäiselle jakeelle: 15 : 3 = 5;

Toinen murto-osa: 15 : 5 = 3.

Jokainen fraktio vahvistetaan omalla "vahvistuskertoimellaan", joka on laskettu edellä:

Ensimmäinen murto-osa tulee: 2/3 = (5 × 2) / (5 × 3) = 10/15;

Toinen murto-osa tulee: 3/5 = (3 × 3) / (3 × 5) = 9/15;

Samoin kuin murto-osan yksinkertaistamisessa, amplifikaatiolla murto-osien arvoja ei muuteta, vaan saadaan vain joitain samanarvoisia vastaavia murto-osia2/3 ≈ 0,67; 10/15 ≈ 0,67;

3/5 = 0,6; 9/15 = 0,6.

4) Vertaa vastaavien murtolukujen osoittajia.

Koska murtoluvuilla on nyt sama nimittäjä, ei jää muuta kuin vertailla niiden osoittajia.

10 > 9 => 10/15 > 9/15 => 16/24 > 45/75

# Murtolukujen lisääminen: teoria, vaiheet ja käytännön esimerkki, selitetty. Miten tavalliset jakeet lisätään?

Nimittäjiin liittyy kaksi tapausta kun lisätään tavallisia murtolukuja:

A. murtoluvuilla on samat nimittäjät;

B. murtoluvuilla on erilaiset nimittäjät.

Kuinka lisäät tavallisia murtolukuja, joilla on sama nimittäjä?

Lisää vain murtolukujen osoittajat.

Tuloksena olevan murtoluvun nimittäjä on jopa murtolukujen yhteinen nimittäjä.

Yksinkertaista tuloksena oleva murto-osa.

Esimerkki murtolukujen lisäämisestä, joilla on sama nimittäjä, selityksillä

3/18 + 4/18 + 5/18 = (3 + 4 + 5)/18 = 12/18;

Lisäsin vain murtolukujen osoittajat: 3 + 4 + 5 = 12;

Tuloksena olevan murtoluvun nimittäjä on: 18;

Yksinkertaista tuloksena oleva murto-osa: 12/18 = (12 : 6)/(18 : 6) = 2/3.

***Jos haluat lisätä murtolukuja, joilla on eri nimittäjä, murtoluvut on saatettava samaan nimittäjään. Kuinka niin?***

1. Yksinkertaista murtoluvut niiden yksinkertaisimpaan vastaavaan muotoon:

Kerro jokaisen murtoluvun osoittaja ja nimittäjä alkutekijöiksi.

Laske CMMDC, kunkin murtoluvun osoittajan ja nimittäjän suurin yhteinen jakaja.

CMMDC saadaan kaikkien yhteisten osoittajan ja nimittäjän alkutekijöiden tulona alimmilla tehoilla.

Sitten se jakaa sekä osoittajan että nimittäjän suurimmalla yhteisellä jakajalla cmmdc - tämän toiminnon jälkeen murtoluku yksinkertaistuu yksinkertaisimpaan ekvivalenttimuotoonsa.

2. Laske yksinkertaistettujen murtolukujen uusien nimittäjien pienin yhteinen kerrannainen, CMMMC:

CMMMC on lisättyjen murtolukujen yhteinen nimittäjä

Perustele kaikki yksinkertaistettujen murtolukujen uudet nimittäjät.

Pienin yhteinen monikerta CMMMC saadaan kertomalla kaikki yksilölliset alkutekijät, jotka esiintyvät nimittäjähajotelmassa suuriin potenssiin

3. Laske kunkin jakeen vahvistuskerroin:

Kerroin on nollasta poikkeava luonnollinen luku, jota käytetään kertomaan kunkin erillisen murtoluvun osoittaja ja nimittäjä, jotta kaikki murtoluvut saadaan samaan yhteiseen nimittäjään.

Jaa edellisessä kohdassa laskettu pienin yhteiskerran CMMMC kunkin yksittäisen murto-osan nimittäjällä, jolloin saadaan jokaiselle yksittäiselle murtoluvulle luku, "vahvistuskerroin".

4. Vahvista jokainen fraktio:

Kerro kunkin murtoluvun osoittaja ja nimittäjä "vahvistuskertoimella".

Monistamisen jälkeen fraktiot saatetaan samaan nimittäjään.

5. Lisää fraktiot:

Voit lisätä murtoluvut lisäämällä kaikkien murtolukujen osoittajat.

Tuloksena olevan murto-osan nimittäjä on yhtä suuri kuin lisättyjen murtolukujen yhteinen nimittäjä, toisin sanoen edellä laskettu nimittäjien pienin yhteinen kerrannainen.

6. Yksinkertaista saatua fraktiota tarvittaessa.

***Esimerkki eri nimittäjillä olevien murtolukujen lisäämisestä selityksillä***

6/90 + 16/24 + 30/75 = ?

1. Yksinkertaista murtoluvut niiden yksinkertaisimpaan vastaavaan muotoon:

[6/90](https://ro.fractii.ro/calculator-cum-se-simplifica-fractia-la-forma-cea-mai-simpla.php?numarator=6&numitor=90)= (2 × 3) / (2 × 32× 5) = ((2 × 3) : (2 × 3)) / ((2 × 32× 5) : (2 × 3)) = 1 / (3 × 5) = 1/15

[16/24](https://ro.fractii.ro/calculator-cum-se-simplifica-fractia-la-forma-cea-mai-simpla.php?numarator=16&numitor=24)= 24 / (23× 3) = (24 : 23) / ((23× 3) : 23) = 2/3

[30/75](https://ro.fractii.ro/calculator-cum-se-simplifica-fractia-la-forma-cea-mai-simpla.php?numarator=30&numitor=75)= (2 × 3 × 5) / (3 × 52) = ((2 × 3 × 5) : (3 × 5)) / ((3 × 52) : (3 × 5)) = 2/5

Yksinkertaistetut murtoluvut: 6/90 + 16/24 + 30/75 = 1/15 + 2/3 + 2/5

2. Laske yksinkertaistettujen murtolukujen uusien nimittäjien pienin yhteinen kerrannainen, CMMMC:

Pura yksinkertaistettujen murtolukujen uudet nimittäjät ja kerro kaikki sisältämät ainutlaatuiset alkutekijät niiden korkeimpiin potenssiin.

15 = 3 × 5

3 on alkuluku, sitä ei voida hajottaa muihin alkutekijöihin

5 on alkuluku, sitä ei voida hajottaa muihin alkutekijöihin

CMMMC (15, 3, 5) = CMMMC (3 × 5, 3, 5) = 3 × 5 = 15

3. Laske kunkin jakeen vahvistuskerroin:

Jaa pienin yhteinen kerrannainen, CMMMC, kunkin murtoluvun nimittäjällä

Ensimmäiselle murto-osalle: 15 : 15 = 1

Toiselle fraktiolle: 15 : 3 = 5

Kolmannelle jakeelle: 15 : 5 = 3

4. Vahvista jokaista ryhmää:

Kerro jokaisen murtoluvun osoittaja ja nimittäjä sen omalla "suurennuskertoimella"..

Ensimmäinen osa pysyy ennallaan: 1/15 = (1 × 1)/(1 × 15) = 1/15

Toinen murto-osa tulee: 2/3 = (5 × 2)/(5 × 3) = 10/15

Kolmas murto-osa tulee: 2/5 = (3 × 2)/(3 × 5) = 6/15

5. Lisää murtoluvut:

Lisää vain murtolukujen osoittajat.

6/90 + 16/24 + 30/75 = 1/15 + 2/3 + 2/5 = 1/15 + 10/15 + 6/15 = (1 + 10 + 6) / 15 = 17/15

6. Yksinkertaista saatua fraktiota tarvittaessa.

Tässä tapauksessa tuloksena olevaa murtolukua ei tarvinnut yksinkertaistaa, koska osoittaja ja nimittäjä ovat koprime-lukuja (alkuluku keskenään, niillä ei ole yhteisiä jakajia).

7. Ylimääräinen vaihe - kirjoita tuloksena oleva murtoluku uudelleen:

Koska tuloksena oleva murto-osa on yliyksikköinen tai sitä kutsutaan myös virheelliseksi murtoluvuksi, eli osoittajan itseisarvo on suurempi kuin nimittäjän itseisarvo, voimme kirjoittaa sen sekamurtoluvun muodossa:

17/15 = (15 + 2)/15 = 15/15 + 2/15 = 1 + 2/15 = 1 2/15, eli yksi kokonaisuus ja kaksi viidestoistaosaa.

# Opi vähentämään murtolukuja: teoria, askeleet, täydellinen esimerkki. Saman tai erilaisen nimittäjän murtolukujen vähentäminen

Teoria ja käytännön esimerkki, selitetty: murtolukujen vähentäminen - miten vähennät tavalliset murtoluvut?

Nimittäjiin liittyy kaksi tapausta, kun vähennämme tavalliset murtoluvut:

A. murtoluvuilla on samat nimittäjät;

B. murtoluvuilla on erilaiset nimittäjät.

A. Kuinka vähennät tavalliset murtoluvut, joilla on sama nimittäjä?

Se yksinkertaisesti vähentää murtolukujen osoittajat.

Tuloksena olevan murtoluvun nimittäjä on jopa murtolukujen yhteinen nimittäjä.

Yksinkertaista tuloksena oleva murto-osa.

Esimerkki murtolukujen vähentämisestä, joilla on sama nimittäjä, selityksillä

3/18 + 4/18 - 5/18 = (3 + 4 - 5)/18 = 2/18;

Vähensimme yksinkertaisesti murtolukujen osoittajat: 3 + 4 - 5 = 2;

Tuloksena olevan murtoluvun nimittäjä on: 18;

Yksinkertaista tuloksena oleva murto-osa: 2/18 = (2 : 2)/(18 : 2) = 1/9.

*B. Jos haluat vähentää murtoluvut, joilla on eri nimittäjä, murtoluvut on saatettava samaan nimittäjään. Kuinka niin?*

1. Yksinkertaista murtoluvut niiden yksinkertaisimpaan vastaavaan muotoon:

Kerro jokaisen murtoluvun osoittaja ja nimittäjä alkutekijöiksi.

Laske CMMDC, kunkin murtoluvun osoittajan ja nimittäjän suurin yhteinen jakaja.

CMMDC saadaan kaikkien yhteisten osoittajan ja nimittäjän alkutekijöiden tulona kerrottuna pienimpiin potenssiin.

Sitten se jakaa sekä osoittajan että nimittäjän suurimmalla yhteisellä jakajalla cmmdc - tämän toiminnon jälkeen murtoluku yksinkertaistetaan yksinkertaisimpaan ekvivalenttimuotoonsa.

2. Laske yksinkertaistettujen murtolukujen uusien nimittäjien pienin yhteinen kerrannainen, CMMMC:

CMMMC on lisättyjen murtolukujen yhteinen nimittäjä.

Perustele kaikki yksinkertaistettujen murtolukujen uudet nimittäjät.

Pienin yhteinen CMMMC-kerroin saadaan kertomalla kaikki yksilölliset alkutekijät, jotka esiintyvät nimittäjien jaottelussa kerrottuna suurimmilla tehoilla.

3. Laske kunkin jakeen vahvistuskerroin:

Kerroin on nollasta poikkeava luonnollinen luku, jota käytetään kertomaan kunkin erillisen murtoluvun osoittaja ja nimittäjä, jotta kaikki murtoluvut saadaan samaan yhteiseen nimittäjään.

Jaa edellisessä kohdassa laskettu pienin yhteiskerran CMMMC kunkin yksittäisen murto-osan nimittäjällä, jolloin saadaan jokaiselle yksittäiselle murtoluvulle luku, jota kutsutaan "vahvistuskertoimeksi".

4. Vahvista jokainen fraktio:

Kerro kunkin murtoluvun osoittaja ja nimittäjä "vahvistuskertoimella".

Monistamisen jälkeen fraktiot saatetaan samaan nimittäjään.

5. Vähennä murtoluvut:

Murtolukujen vähentämiseksi vähennä kaikkien murtolukujen osoittajat.

Tuloksena olevan murto-osan nimittäjä on yhtä suuri kuin lisättyjen murtolukujen yhteinen nimittäjä, toisin sanoen edellä laskettu nimittäjien pienin yhteinen kerrannainen.

6. Yksinkertaista saatua fraktiota tarvittaessa.

*Esimerkki murtolukujen vähentämisestä, joilla on eri nimittäjä, selitysten kera*

6/90 + 16/24 - 30/75 = ?

**1. Yksinkertaista murtoluvut niiden yksinkertaisimpaan vastaavaan muotoon:**

6/90 = (2 × 3) / (2 × 32× 5) = ((2 × 3) : (2 × 3)) / ((2 × 32× 5) : (2 × 3)) = 1 / (3 × 5) = 1/15

16/24 = 24 / (23× 3) = (24 : 23) / ((23× 3) : 23) = 2/3

30/75 = (2 × 3 × 5) / (3 × 52) = ((2 × 3 × 5) : (3 × 5)) / ((3 × 52) : (3 × 5)) = 2/5

**Yksinkertaistetut murtoluvut: 6/90 + 16/24 - 30/75 = 1/15 + 2/3 - 2/5**

**2.** Laske yksinkertaistettujen murtolukujen uusien nimittäjien pienin yhteinen kerrannainen, CMMMC:

Pura yksinkertaistettujen murtolukujen uudet nimittäjät ja kerro kaikki sisältämät ainutlaatuiset alkutekijät suuriin potenssiin.

15 = 3 × 5

3 on alkuluku, sitä ei voida hajottaa muihin alkutekijöihin

5 on alkuluku, sitä ei voida hajottaa muihin alkutekijöihin

CMMMC (15, 3, 5) = CMMMC (3 × 5, 3, 5) = 3 × 5 = 15

**3. Laske kunkin jakeen vahvistuskerroin::**

Jaa pienin yhteinen kerrannainen, CMMMC, kunkin murtoluvun nimittäjällä.

Ensimmäiselle murto-osalle: 15 : 15 = 1

Toiselle fraktiolle: 15 : 3 = 5

Kolmannelle jakeelle: 15 : 5 = 3

**4. Vahvista jokaista ryhmää:**

Kerro kunkin murtoluvun osoittaja ja nimittäjä sen omalla "suurennuskertoimella"..

Ensimmäinen osa pysyy ennallaan: 1/15 = (1 × 1)/(1 × 15) = 1/15

Toinen murto-osa tulee: 2/3 = (5 × 2)/(5 × 3) = 10/15

Kolmas murto-osa tulee: 2/5 = (3 × 2)/(3 × 5) = 6/15

**5. Vähennä murtoluvut:**

Se yksinkertaisesti vähentää murtolukujen osoittajat.

6/90 + 16/24 - 30/75 = 1/15 + 2/3 - 2/5 = 1/15 + 10/15 - 6/15 = (1 + 10 - 6) / 15 = 5/15

**6. Yksinkertaista saatua fraktiota tarvittaessa.**

5/15 = (5 : 5)/(15 : 5) = 1/3

# Opi kertomaan murtoluvut

**Murtolukujen kertolasku. Kuinka kerrot tavalliset murtoluvut? Askeleet. Esimerkki.**

**Kuinka kerrot kaksi murtolukua?**

**Tavallisten jakeiden kertomisen jälkeen tuloksena olevalla murtoluvulla on:**

**osoittajana, tulos kertomalla murtolukujen osoittajat,**

**nimittäjänä, tulos kertomalla kaikki murtolukujen nimittäjät.**

a/b × c/d = (a × c) / (b × d)

a, b, c, d ovat kokonaislukuja;

jos parit (a × c) ja (b × d) eivät ole yhteislukuja, eli niillä on yhteiset alkutekijät, tuloksena oleva murtoluku on yksinkertaistettava.

**Kuinka kerrot tavalliset murtoluvut? Askeleet.**

Yksinkertaista tarvittaessa jokaista fraktiota.

Perustele yksinkertaistettujen murtolukujen osoittajat ja nimittäjät.

Tuloksena olevan murtoluvun osoittajaan kirjoitetaan kaikkien murtolukujen osoittajat, jotka on jaettu alkutekijöihin, kertolaskumuodossa, mutta suorittamatta toimintoa.

Tuloksena olevan murtoluvun nimittäjään kirjoitetaan kaikkien murtolukujen nimittäjät, jotka on jaettu alkutekijöihin kertolaskuna, mutta suorittamatta operaatiota.

Yksinkertaista yhteisiä alkutekijöitä, jotka näkyvät tuloksena olevan murtoluvun osoittajassa ja nimittäjässä.

Suorittaa kertoimen loput osoittajan alkutekijät.

Kerro loput nimittäjässä olevat alkutekijät.

Tuloksena olevaa murto-osaa ei tarvitse enää yksinkertaistaa, koska olemme jo yksinkertaistaneet kaikki yleiset alkutekijät.

Jos tuloksena oleva murto-osa on yliyksikkö (merkistä riippumatta osoittaja on suurempi kuin nimittäjä), se voidaan kirjoittaa uudelleen sekamurto-osaksi, joka koostuu saman merkin kokonaisesta ja alayksikkömurto-osasta..

*Esimerkki kolmen tavallisen murtoluvun kertomisesta selityksineen:*

6/90 × 80/24 × 30/75 = ?

Esitämme murtolukujen osoittajat ja nimittäjät ja yksinkertaistamme alkumurtoluvut.

6/90 = (2 × 3) / (2 × 32× 5) = ((2 × 3) : (2 × 3)) / ((2 × 32× 5) : (2 × 3)) = 1/(3 × 5) = 1/15

80/24 = (24 × 5) / (23× 3) = ((24 × 5) : (23)) / ((23× 3) : (23)) = (2 × 5)/3 = 10/3

30/75 = (2 × 3 × 5) / (3 × 52) = ((2 × 3 × 5) : (3 × 5)) / ((3 × 52) : (3 × 5)) = 2/5

Tässä vaiheessa murtoluvut yksinkertaistetaan ja osoittajat ja nimittäjät hajotetaan alkutekijöiden tuloiksi:

6/90 × 80/24 × 30/75 = 1/(3 × 5) × (2 × 5)/3 × 2/5

Kerromme murtolukujen osoittajat ja nimittäjät, vastaavasti, poistamalla yhteiset alkutekijät:

1/(3 × 5) × (2 × 5)/3 × 2/5 =

= (1 × 2 × 5 × 2) / (3 × 5 × 3 × 5)

= (1 × 2 × 2 × 5) / (3 × 3 × 5 × 5)

= (~~1~~ × 2 × 2 × ~~5~~) / (3 × 3 × 5 × ~~5~~)

= (2 × 2) / (3 × 3 × 5)

= 4/45

# Murtoluvut, teoria: rationaaliluvut

Murtoluvut ja rationaaliluvut Q

Murtolukujen ja rationaalilukujen Q välinen yhteys

Kaikki yksinkertaistamalla (tai vahvistamalla) saadut murtoluvut 3/4, 6/8, 9/12, ... 27/36, ... ovat ekvivalentteja murtolukuja, eli ne edustavat samaa määrää, ainutlaatuista rationaalilukua :

3/4 = 3:4 = 0,75.

3/4 on kaksinkertainen merkitys: se edustaa murto-osaa ja rationaalilukua, eli se edustaa kaikkia 3/4:stä vahvistuksella saatuja murtolukuja, mutta samalla se edustaa rationaalilukua 0,75.

Ja murtoluvut, joiden nimittäjä on 1, ja ne, jotka on saatu niiden vahvistuksella, sisältyvät myös rationaalisten lukujen joukkoon; esimerkiksi.

3/1 = 6/2 = 9/3 = ... = 27/9 = ...

Ne voidaan korvata keskenään, koska ne ovat samanarvoisia.

Kokonaisluku 0 voidaan korvata äärettömällä joukolla murtolukuja, joiden osoittaja on 0:

0/1 = 0/2 = 0/3 = ... 0/125 = ...

Nimittäjä 0 on poissuljettu. Tällaista murto-osaa ei voi olla:

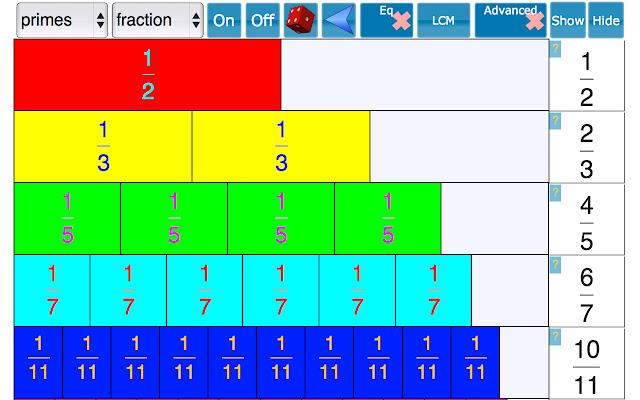
0/0 tai 9/0 tai 200/0...

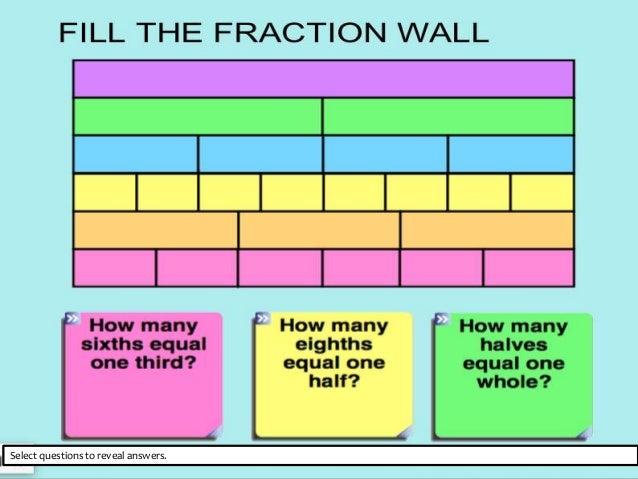
*Rationaalisella luvulla ei ole edeltävää eikä ainutlaatuista seuraajaa.*

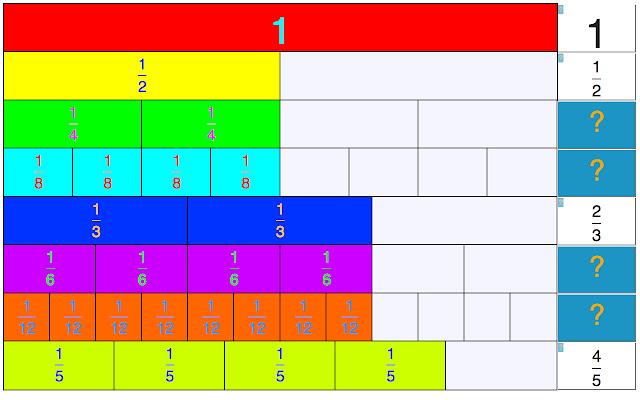
Kahden rationaaliluvun r1 ja r2 välissä on ääretön joukko rationaalilukuja r:

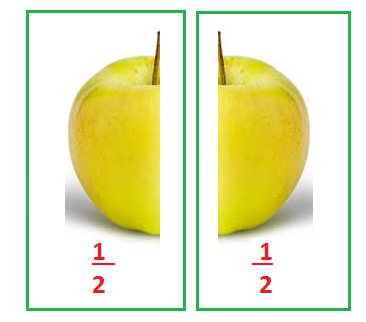
r1 < r < r2 or r1 > r > r2

# Murtoluvut kuvien mukaan

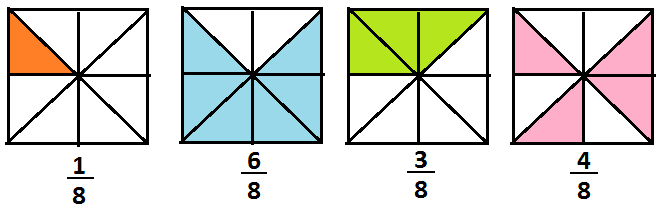




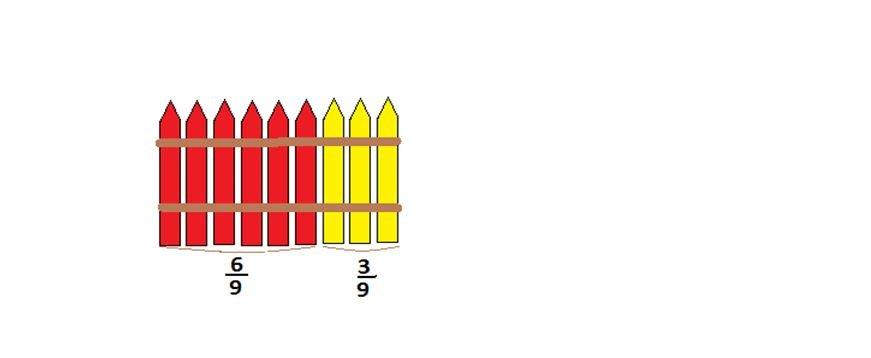




1/2 omenasta on murtoyksikkö (koko) omenasta, joka on jaettu kahteen yhtä suureen osaan.



Kaksi hyvää ystävää, Lara ja Alexia, maalasivat nukkekodiin kiinnitetyn aidan seuraavasti: 6/9 punaisella ja 3/9 keltaisella värillä, kuten seuraavassa kuvassa:



Piirustuksesta huomaamme, että punaisella värillä värjätyn aidan pinta on suurempi kuin keltainen pinta. Voimme sanoa, että murtoluku 6/9 on suurempi kuin 3/9.

Kirjoitamme näin: 6/9 > 3/9 . Tässä tapauksessa vertailimme saman kokonaisuuden (aidan) yhtäläisiä osia.

Seuraavaksi vertaan yhtäläisiä osia, jotka eivät kuulu samaan kokonaisuuteen. Kaksi veljeä, Vlad ja Radu, valmistivat kaksi identtistä pizzaa ja istuivat sitten pöytään. Jokainen pizza leikattiin 8 samankokoiseen viipaleeseen. Tässä on kuinka paljon kukin poika söi neljännestunnin jälkeen:



Katso kuvaa ja kerro kuka söi vähemmän. Vladin syömät 3 viipaletta, eli 3/8 pizzasta, on vähemmän kuin 5 viipaletta, eli 5/8, jotka Radu söi.

Joten 3/8 < 5/8. Tässä tapauksessa verrattiin yhtä suuria osia identtisistä kokonaisuuksista.

Jos kokonaisuudet eivät ole samankokoisia, emme voi verrata niitä vastaavia murto-osia. Huomioi tämä seuraavassa esityksessä:



Yhdessä huomasimme, että:

Kahdesta murtoluvusta, joilla on sama nimittäjä, murto-osa, jolla on suurempi osoittaja, on suurempi.

Voimme verrata kahta murto-osaa vain, jos ne ovat saman kokonaisuuden yhtä suuria osia tai identtisiä kokonaisuuksia.

Rodica auttoi isoisäänsä istuttamaan vihanneksia puutarhaan. Vihannekset jaettiin seuraavan kaavan mukaan:



Huomioimme, että:

2/10 puutarhan pinta-alasta he istuttivat papuja,

tomaatti, 4/10 koko puutarhasta,

1/10 pinnasta on paprikat,

3/10 puutarha-alueesta he istuttivat kaalia.

Suurin pinta-ala on tomaatteja (4/10) ja pienin paprikaa (1/10).

Näin lajittelemme vihannesten viljelyaloja vastaavat jakeet nousevaan järjestykseen:



# Lähteet

<https://mquest.ro/home/learnunitnew?id=32>

<https://mquest.ro/home/ch?c=6>

<https://www.scoalaintuitext.ro/blog/matematica-clasa-a-iii-a-2/>

# Harjoituksia ja ongelmia

Kirjoita ja vertaa sitten esitettyjä murtolukuja käyttämällä suhdemerkkejä (<, >, = ) :



2. Täydennä murtoluvut niin, että seuraavat yhtälöt ovat tosia:



3. Kirjoita murto-osa pienempi kuin ja murto-osa suurempi kuin annetut:



4. Kirjoita kaikki murtoluvut, jotka ovat pienempiä tai yhtä suuria kuin 5/8.

5. Kirjoita värityksen esittämät murtoluvut nousevaan järjestykseen:



6. Aseta murtoluvut 2/7 ja 6/7 välille laskevassa järjestyksessä.

7. Lajittele murto-osat, joiden nimittäjä 8 ja osoittaja on pariton luku, joka on pienempi kuin 6 nousevaan järjestykseen.



