

Formato vettoriale in un Sistema di coordinate 3D

Table of contents

[Vettori](#_heading=h.gjdgxs) in uno spazio 3D **3**

[Che](#_heading=h.30j0zll) cos'è un vettore 3D? 3

[Componenti di un vettore 3D](#_heading=h.u4lq2kj9idry) 3

Ampiezza 3

Direzione 4

[Formato](#_heading=h.uisqedrey7wy) dei vettori **4**

[Sistema](#_heading=h.uyaanh6etpff) di coordinate cartesiane 4

[Vettori](#_heading=h.rylmbg4d7bw) unitari nel sistema di coordinate cartesiane 5

[Opera](#_heading=h.n33lzrpbqx6q)zioni 5

[Sistema](#_heading=h.8ismeonbl6h0) di coordinate cilindriche 6

[Sistema](#_heading=h.d4f78cfl9mq5) di coordinate omogenee 7

Cardinalità 8

Vettori e piani 8

Problemi svolti **9**

Riferimenti **11**

# Vettori in uno spazio 3D

## Che cos’è un vettore 3D?

## Un vettore 3D viene rappresentato in un sistema di coordinate tridimensionale come un segmento di linea che va dal punto A al punto B.

## 

**Figure 1**. Rappresentazione vettoriale in un Sistema di coordinate cartesiane 3D

## Componenti di un vettore 3D

## In un ambiente 3D si lavora con tre basi di coordinate: l’asse x, l’asse y e l’asse z.

## Ai fini di questa introduzione, assumiamo che il punto A sia (0,0,0) e scriviamo un vettore fornendo le informazioni sul punto B.

→

← questo è il vettore che va da (0,0,0) a (1,2,-3)

### Ampiezza

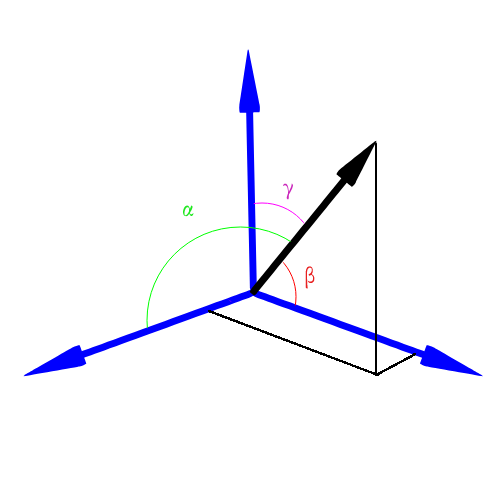
## La grandezza di un vettore 3D, analogamente a un vettore 2D, è la lunghezza del segmento che lo definisce. È sempre un numero positivo. Il vettore zero è l'unico vettore con magnitudo uguale a 0.

## La formula per calcolare la grandezza di un vettore 3D è la seguente:

## → →

### Direzione

Ogni vettore 3D ha anche una direzione, definite come l’angolo formato dal vettore con i tre vettori della base canonica, che sono (1,0,0), (0,1,0) e (0,0,1).



**Figure 2**. α, β e γ sono gli angoli che il vettore u forma con ciascun asse.

# Formato vettoriale

## Sistema di coordinate cartesiane

Il Sistema di coordinate cartesiane standard è composto dai tre assi (x,y,z) che sono reciprocamente perpendicolari. Con questi assi si possono assegnare tre coordinate a qualsiasi punto dello spazio:

Come detto in precedenza, assegniamo le coordinate di un vettore v ponendo la sua coda ( punto A ) nell’origine e scrivendo le coordinate del punto alla sua testa ( punto B ). La notazione:

Denota che il vettore v può essere descritto da tre coordinate reali.

Esistono due tipi diversi di coordinate cartesiane: **destrorse** e **sinistrorse**, a seconda della direzione dell’asse z.

### Vettori unità del Sistema di coordinate cartesiane

## Il vettore 3D può essere denotato rispetto ai vettori unitari i = (1,0,0), j = (0,1,0) e k = (0,0,1). Questi sono i vettori unitari che rappresentano rispettivamente l'asse x, l'asse y e l'asse z. Il vettore 3D può essere espresso come la somma di questi tre vettori, ognuno dei quali è pesato per il valore corrispondente in x, y e z:

### Operazioni

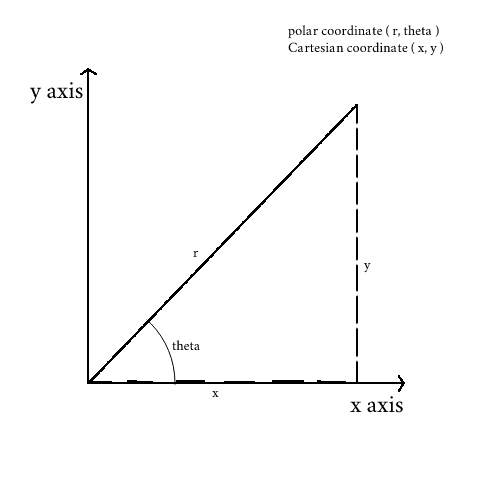
Le operazioni matematiche tra vettori tridimensionali vengono eseguite componente per componente.

**Somma:**

**Differenza:**

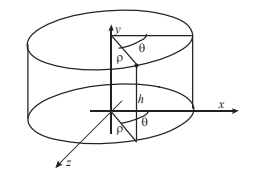
**Moltiplicazione per un numero:**

## Sistema di coordinate cilindriche

In 2D, il sistema di coordinate polari identifica un punto nel piano con una coppia di coordinate, la prima è la lunghezza della retta r che collega il punto all'origine, la seconda è l'angolo θ che questa retta forma con una retta fissa (di solito l'asse x).

**Figure 3**. Sistema di coordinate polari 2D ( r, θ ) e sistema di coordinate cartesiane ( x,y )

Nel sistema di coordinate cilindriche aggiungiamo l'altezza h alle coordinate polari.



**Figure 4**. Sistema di coordinate cilindriche ( ρ, θ, h ) [1]

## Sistema di coordinate omogenee

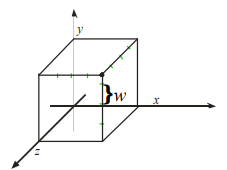
Nel sistema di coordinate omogenee un punto è descritto da 4 numeri, x, y, z e w. Mentre x, y e z sono le coordinate cartesiane standard, w può essere visto come una scala. Con questo sistema un punto corrisponde a più di un quaternione.

Per ottenere l'equivalente cartesiano è necessario dividere le prime tre componenti per l'ultima:

(2,2,2,1) → (2/1, 2/1, 2/1) → (2,2,2)

(1,1,1,0.5) → (1/0.5, 1/0.5, 1/0.5) → (2,2,2)

(4,4,4,2) → (4/2, 4/2, 4/2) → (2,2,2)

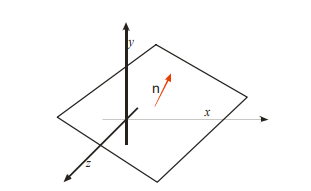


**Figure 5**. Sistema di coordinate omogenee ( x,y,z,w ) [1]

## Cardinalità

Come abbiamo capito nei capitoli precedenti, esiste più di un metodo per rappresentare un vettore nello spazio 3D. Il vettore è sempre rappresentato da un insieme di numeri, che chiamiamo componenti. Il numero di componenti di un vettore è chiamato cardinalità (o dimensione). Un vettore con cardinalità 3 può essere utilizzato per rappresentarlo in un sistema di coordinate cartesiane o in un sistema di coordinate cilindriche, mentre un vettore con cardinalità 4 può essere utilizzato per rappresentarlo in un sistema di coordinate omogenee.

## Vettori e piani

I vettori possono anche essere utilizzati per identificare un piano all'interno dello spazio 3D, in particolare un vettore perpendicolare alla superficie del piano identifica univocamente quest'ultimo, ed è chiamato normale.

**Figure 6**. Il vettore **n** è perpendicolare alla superficie del piano ed è chiamato normale [1]

# 

# Problemi svolti

1. Calcolare la ampiezza dei seguenti vettori, espressi nel sistema di coordinate cartesiane:

* []
* []
* []
* []

1. Calcola le seguenti operazioni vettoriali:

* []

x = 1+3 ; y = 2+3 ; z = 4+3

* []

x = 5-1 ; y = 1-1 ; z = 1+0

* []

x = 8-3 ; y = 15-63 ; z = 10-10

* []

x = 1-3 ; y = -1-6 ; z = 5-0

* []

x = 3\*1 ; y = 3\*2 ; z = 3\*6

* []

x = -1\*5 ; y = -1\*4 ; z = -1\*-1

1. Ottieni l'equivalente cartesiano dei seguenti vettori espressi tramite il sistema di coordinate omogenee:

* []

(3/1, 3/1, 3/1)

* []

(2/2, 4/2, 2/2)

* []

(15/5, 5/5, 10/5)

* []

(4/2, -5/2, 3/2)

* []

(2/(5/2), 4/(5/2), 5/(5/2))

(2\*⅖, 4\*⅖, 5\*⅖)

# Riferimenti

[1]: <http://www.di.unito.it/~marcog/IG/2003/Lezione10.pdf>