

**Come si confrontano le frazioni?**

Grado scolastico: K7/K8

**Contenuto**

[Come si confrontano le frazioni positive? 3](#_heading=h.30j0zll)

[Come si confrontano le frazioni negative? 4](#_heading=h.1fob9te)

[Amplificare e semplificare una frazione 4](#_heading=h.3znysh7)

[Quali frazioni possono essere semplificate? Frazioni irriducibili. 5](#_heading=h.2et92p0)

[Perché si semplifica una frazione? 6](#_heading=h.tyjcwt)

[Come si confrontano due frazioni? 7](#_heading=h.3dy6vkm)

[1. Frazioni di segno diverso 7](#_heading=h.1t3h5sf)

[2. Una frazione è una subunità, un'altra è una sovraunità. 7](#_heading=h.4d34og8)

[3. Frazioni con numeratori uguali ma anche con denominatori uguali 7](#_heading=h.2s8eyo1)

[4. Frazioni con numeratori diversi ma denominatori uguali 7](#_heading=h.17dp8vu)

[5. Frazioni con denominatori diversi ma numeratori uguali 8](#_heading=h.3rdcrjn)

[6. Frazioni con denominatori e numeratori diversi 8](#_heading=h.26in1rg)

[*Esempio*: confrontare due frazioni subunitarie dello stesso segno, con denominatori e numeratori diversi, con spiegazioni: 16/24 vs.45 /75 9](#_heading=h.lnxbz9)

[Teoria: Ordinamento di frazioni ordinarie multiple 10](#_heading=h.35nkun2)

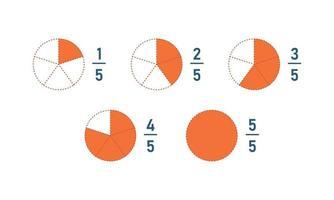
[Come ordinare frazioni multiple? 10](#_heading=h.1ksv4uv)

[Un esempio di ordinamento di tre frazioni positive a subunità con denominatori e numeratori diversi, con relative spiegazioni. 11](#_heading=h.44sinio)

[Fonti 12](#_heading=h.2jxsxqh)

[Esempi 12](#_heading=h.z337ya)

[Esercizi e problemi 14](#_heading=h.3j2qqm3)



### **Come si confrontano le frazioni positive?**

* Se due frazioni positive hanno lo stesso denominatore, la frazione con il numeratore più grande è maggiore dell'altra: 2/7 <6 /7 . Perché? 7 parti di un numero più grande, 6, sono sempre maggiori di 7 parti di un numero più piccolo, 2;
* Se due frazioni positive hanno lo stesso numeratore, la frazione con il denominatore più grande è più piccola dell'altra: 5/9 <5 /7 . Perché? Quando dividiamo la stessa quantità, 5, in meno parti, 7, il risultato è maggiore rispetto a quando la dividiamo in più parti, 9;

Nel caso di due frazioni positive con numeratori e denominatori diversi::

* ogni frazione positiva di sottounità (che è minore di 1) è minore di ogni frazione di equiunità (che è uguale a 1), che a sua volta è minore di ogni frazione di superunità (che è maggiore di 1):

3/7 < 1 <5 /2

* se le frazioni sono entrambe subunità o superunità, vengono portate prima allo stesso denominatore, la frazione con il numeratore più grande è maggiore dell'altra:

8/9 ? 5/7

(8 × 7) /(9 × 7) ? (5 × 9) / (7 × 9)

56/63 >45 /63

8/9 >5 /7

### **Come si confrontano le frazioni negative?**

* Se due frazioni negative hanno lo stesso denominatore, la frazione con il numeratore più grande è minore dell'altra: -2 /7 > -6 /7
* Se due frazioni negative hanno lo stesso numeratore, la frazione con il denominatore più grande è maggiore dell'altra: -5 /9 > -5 /7

Nel caso di due frazioni negative con numeratori e denominatori diversi:

* Ogni frazione subunitaria negativa (maggiore di -1) è maggiore di ogni frazione equiunitaria negativa (uguale a -1), che a sua volta è maggiore di ogni frazione superunitaria negativa (minore di -1):

3 -/7 > -1 > -5 /2

se le frazioni sono entrambe subunità o superunità, vengono portate prima allo stesso denominatore, la frazione con il numeratore più grande è minore dell'altra:

8 -/9 ? -5 /7

(8 × 7) -/(9 × 7) ? -(5 × 9) / (7 × 9)

56 -/63 < -45 /63

8 -/9 < -5 /7

**Amplificazione e semplificazione a frazioni equivalenti, esempi**

### **Amplificare e semplificare una frazione**

Se il numeratore e il denominatore di una frazione A sono multipli rispettivamente del numeratore e del denominatore di un'altra frazione, B, si dice che la frazione A si ottiene moltiplicando la frazione B.

Ad esempio:

8/9 =(8 × 5) /(9 × 5) =40 /45

In questo caso diciamo che la frazione 40/45 è stata ottenuta moltiplicando la frazione 8/9 - più precisamente, moltiplicando sia il numeratore sia il denominatore per il numero 5.

Moltiplicare una frazione significa moltiplicare sia il numeratore che il denominatore della frazione per lo stesso numero non nullo; questa operazione genera una frazione equivalente::

a/b = (a × c) / (b × c)

L'operazione inversa all'amplificazione si chiama semplificazione.

Semplificare significa dividere sia il numeratore che il denominatore della frazione per lo stesso numero non nullo, operazione che genera una frazione equivalente.

a/b = (a : c) / (b : c)

Operazione:

2/7 =(2 × 3) /(7 × 3) =6 /21

rappresenta, da sinistra a destra, un'amplificazione e da destra a sinistra una semplificazione.

### **Quali frazioni possono essere semplificate? Frazioni irriducibili.**

Una frazione ordinaria in cui il numeratore e il denominatore sono numeri coprimi (il loro unico fattore comune è 1) è detta frazione irriducibile e non può essere semplificata.

La frazione 4/16 non è irriducibile e può essere semplificata, dal momento che sia 4 che 16 sono divisibili per 4.

Al contrario, la frazione 4/5 è irriducibile e non può essere semplificata, dal momento che l'unico fattore comune di 4 e 5 è 1.

In conclusione, qualsiasi frazione in cui il denominatore e il numeratore contengono fattori comuni diversi da 1 può essere semplificata, cioè i numeri non sono coprimi.

### **Perché si semplifica una frazione?**

La semplificazione delle frazioni è indicata perché questa operazione riduce sia il valore del denominatore che del numeratore, rendendo più facili i calcoli in cui verranno utilizzate le rispettive frazioni.

**Imparate a semplificare le frazioni in forme equivalenti. Frazioni irriducibili. Fattori primi comuni. Massimo comun divisore, CMMDC. Esempi**

***Semplificare le frazioni. Frazioni equivalenti***

***Impariamo con un esempio, semplificando la frazione: 12/16***

Il numeratore della frazione. Il numero sopra la linea di frazione, 12, è chiamato il numeratore della frazione.

Il denominatore della frazione. Il numero sotto la linea di frazione, 16, è chiamato denominatore della frazione.

Il valore della frazione. La frazione 12/16 ci dice in quante parti uguali è diviso il numero sopra la linea di frazione: 12 è diviso in 16 parti uguali. Pertanto, il valore della frazione si calcola come:

12 : 16 = 0,75

Notiamo che i due numeri, il numeratore e il denominatore, sono equamente divisibili per 2, per cui li dividiamo per lo stesso numero, 2:

12/16 =(12 : 2) /(16 : 2) =6 /8

Il valore della frazione 6/8 è calcolato come:

6 : 8 = 0,75

Notiamo che il valore della frazione 6/8 è uguale al valore della frazione 12/16, cioè 0,75.

**Frazione semplificata.** Frazione equivalente. La frazione ottenuta, 6/8, si chiama frazione equivalente alla frazione originale 12/16, cioè rappresenta lo stesso valore, la stessa proporzione dell'intero, ed è stata ottenuta dalla frazione originale mediante semplificazione: sia il numeratore che il denominatore sono stati divisi per il numero 2.

## **Come si confrontano due frazioni?**

### **1. Frazioni di segno diverso**

Qualsiasi frazione positiva è maggiore di qualsiasi frazione negativa:

ex: 4/25 > -19 /2

### **2. Una frazione è una subunità, un'altra è una sovraunità.**

Ogni frazione superunitaria positiva è maggiore di ogni frazione equiunitaria positiva, che a sua volta è maggiore di ogni frazione subunitaria positiva::

ex: 44/25 > 1 >19 /200

Ogni frazione superunitaria negativa è minore di ogni frazione equiunitaria negativa, che a sua volta è minore di ogni frazione subunitaria negativa:

ex: -44 /25 < -1 < -19 /200

### **3. Frazioni con numeratori uguali ma anche con denominatori uguali**

Le frazioni sono uguali:

ex: 89/50 =89 /50

### **4. Frazioni con numeratori diversi ma denominatori uguali**

**Frazioni positive:** si confrontano i numeratori, la frazione più grande è quella con il numeratore maggiore:

ex: 74/25 >49 /25

**Frazioni negative**: si confrontano i numeratori, la frazione più grande è quella con il numeratore più piccolo.

ex: -19 /25 < -17 /25

### **5. Frazioni con denominatori diversi ma numeratori uguali**

**Frazioni positive**: si confrontano i denominatori, la frazione più grande è quella con il denominatore più piccolo:

ex: 24/25 >24 /26

**Frazioni negative**: si confrontano i denominatori, la frazione più grande è quella con il denominatore maggiore:

ex: -17 /25 < -17 /29

### **6. Frazioni con denominatori e numeratori diversi**

Per poterle confrontare, le frazioni devono prima essere portate allo stesso denominatore (o, se è più facile, allo stesso numeratore).

#### 1) Se necessario, semplificare le frazioni nella loro forma equivalente più semplice e irriducibile.

* Determinare il numeratore e il denominatore di ogni frazione in fattori primi, in particolare come prodotto di fattori primi in esponenti.
* Calcola il massimo comun divisore, CMMDC, del numeratore e del denominatore di ogni frazione separata: moltiplica i loro fattori primi comuni, in modo univoco, alle potenze più basse.
* Calcoleremo un CMMDC per ogni singola frazione.
* Ogni CMMDC calcolato verrà utilizzato per dividere sia il numeratore che il denominatore di ogni frazione per semplificare la frazione stessa.
* Dividere il numeratore e il denominatore di ogni frazione per il loro massimo comun divisore, CMMDC.
* A questo punto le frazioni vengono semplificate alla forma equivalente più semplice e irriducibile.
* Semplificando, il valore della frazione non viene modificato, ma si ottiene solo una frazione equivalente.2) Calculează cel mai mic multiplu comun, CMMMC, al tuturor numitorilor fracțiilor.
* Il CMMMC sarà il nuovo denominatore delle frazioni equivalenti confrontate.
* Decomporre i denominatori delle frazioni in fattori primi, come prodotti di fattori primi, nella scrittura per esponenti.
* Per calcolare il CMMMC moltiplicare tutti i fattori primi che compaiono nella decomposizione del denominatore, in modo univoco, alle massime potenze.3) Compară numărătorii noilor fracții echivalente.
* A questo punto, le frazioni sono portate allo stesso denominatore, quindi non resta che confrontare i numeratori delle nuove frazioni.
* La frazione più grande è quella con il numeratore maggiore, se le frazioni sono positive.
* Se sono negativi, la frazione più grande è quella con il numeratore più piccolo.

### ***Esempio*: confrontare due frazioni subunitarie dello stesso segno, con denominatori e numeratori diversi, con spiegazioni: 16/24 vs.45 /75**

#### 1) Semplifichiamo le frazioni nella loro forma equivalente più semplice e irriducibile:

Frazione16 /24 :

* Decomporre il numeratore e il denominatore nel prodotto di fattori primi in notazione esponenziale:
* 16 = 24 ;
* 24 = 23 × 3;
* Calcola il massimo comun divisore, CMMDC, del numeratore e del denominatore della frazione, moltiplicando tutti i loro fattori primi comuni, fino alle Potenze più basse:
* CMMDC (16; 24) = CMMDC (24 ; 23 × 3) = 23 ;
* Dividere il numeratore e il denominatore per il massimo comun divisore, CMMDC:
* 16/24 =24 /(23× 3) =(24 : 23) /((23× 3) : 23) =2 /3 .

Frazione45 /75 :

* Decomporre il numeratore e il denominatore nel prodotto di fattori primi in notazione esponenziale:
* 45 = 32 × 5;
* 75 = 3 × 52 ;
* Calcolare il massimo comun divisore, CMMDC, del numeratore e del denominatore della frazione, moltiplicando tutti i loro fattori primi comuni, fino alle potenze più basse:
* CMMDC (45; 75) = CMMDC (32 × 5; 3 × 52 ) = 3 × 5;
* Dividere il numeratore e il denominatore per il massimo comun divisore, CMMDC:
* 45/75 =(32 × 5) /(3 × 52) =((32 × 5) : (3 × 5)) /((3 × 52) : (3 × 5)) =3 /5 .

Le frazioni semplificate sono:

16/24 =2 /3 ;

45/75 =3 /5 .

Le frazioni semplificate sono frazioni equivalenti alle frazioni originali, ciascuna delle quali ha lo stesso valore della frazione originale.

16/24 ≈ 0,67;2 /3 ≈ 0,67;

45/75 = 0,6;3 /5 = 0,6;

#### 2) Confrontare i numeratori di frazioni equivalenti.

Poiché le frazioni hanno ora lo stesso denominatore, non resta che confrontare i loro numeratori.

* 10 > 9 => 10/15 >9 /15 => 16/24 >45 /75 .

**Imparare a ordinare in ordine crescente frazioni con numeratori e denominatori diversi.**

## **Teoria: Ordinamento di frazioni ordinarie multiple**

## **Come ordinare frazioni multiple?**

* L'ordinamento delle frazioni può essere molto più semplice se prima le frazioni da ordinare vengono suddivise in categorie: frazioni positive e negative, frazioni di superunità e sottounità.
* Come regola generale:
* qualsiasi frazione superunitaria positiva è maggiore...
* o ... di qualsiasi frazione positiva equivalente, che sia maggiore ...
* o ... di qualsiasi frazione di subunità positiva, che è maggiore ...
* o ... di zero, che è maggiore ...
* o ... di qualsiasi frazione di subunità negativa, che è maggiore ...
* o ... di qualsiasi frazione negativa equivalente, che è maggiore ...
* o ... di qualsiasi frazione superunitaria negativa.
* Se tutte le frazioni appartengono a categorie diverse, è molto facile ordinarle seguendo la regola precedente.
* Se abbiamo più di una frazione in ogni categoria, dobbiamo prima confrontare le frazioni di ogni categoria separatamente, poi ordinarle seguendo la regola precedente.Mai jos vom sorta în ordine crescătoare trei fracții subunitare pozitive.

### **Un esempio di ordinamento di tre frazioni positive a subunità con denominatori e numeratori diversi, con relative spiegazioni.**

1/2 vs.16 /24 vs.45 /75

#### Semplifichiamo ogni frazione separatamente:

* Decomporre il numeratore e il denominatore di ogni frazione in fattori primi;
* Divide il numeratore e il denominatore per il numero che si ottiene moltiplicando i fattori primi comuni del numeratore e del denominatore, alle potenze più basse - questo è il massimo comun divisore, CMMDC;
* Semplifichiamo la frazione 1/2 - il numeratore e il denominatore sono numeri coprimari, non hanno fattori primi comuni, la frazione non può essere semplificata, è irriducibile.
* Semplifichiamo la frazione16 /24 =24 /(23× 3) =(24 : 23) /((23× 3) : 23) =2 /3
* Semplifichiamo la frazione45 /75 =(32 × 5) /(3 × 52) =((32 × 5) : (3 × 5)) /((3 × 52) : (3 × 5)) =3 /5
* A questo punto, le frazioni vengono semplificate:
* 1/2 ,16 /24 =2 /3 și45 /75 =3 /5

#### Calcoliamo il minimo comune multiplo, CMMMC, dei denominatori delle nuove frazioni ottenute per semplificazione:

* CMMMC sarà il denominatore comune delle frazioni ordinate, che possiamo anche chiamare minimo comune denominatore.
* Decomponiamo i denominatori delle frazioni e scegliamo in modo univoco tutti i fattori primi alle massime potenze moltiplicandoli.
* 2 è un numero primo, non può più essere scomposto in fattori primi.
* 3 è un numero primo, non può più essere scomposto in fattori primi.
* 5 è un numero primo, non può più essere scomposto in fattori primi.CMMMC (2; 3; 5) = 2 × 3 × 5 = 30.

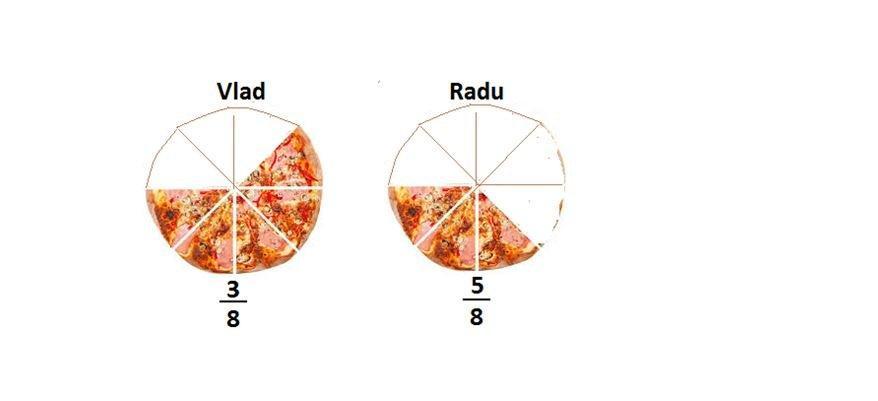
# Fonti

<https://mquest.ro/home/learnunitnew?id=32>

<https://mquest.ro/home/ch?c=6>

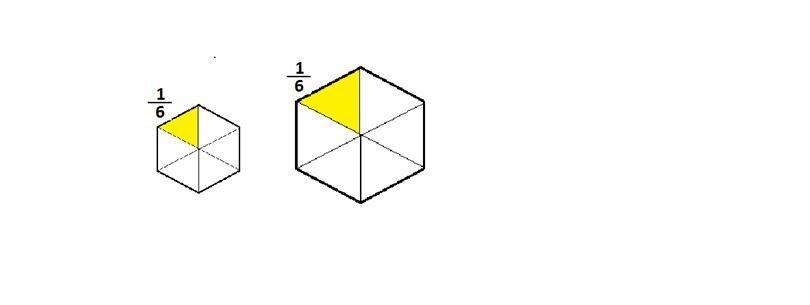
<https://www.scoalaintuitext.ro/blog/matematica-clasa-a-iii-a-2/>

# Esempi



Guardate l'immagine e dite chi ha mangiato di meno. Le 3 fette mangiate da Vlad, cioè 3/8 della pizza, sono meno delle 5 fette, cioè 5/8, mangiate da Radu.

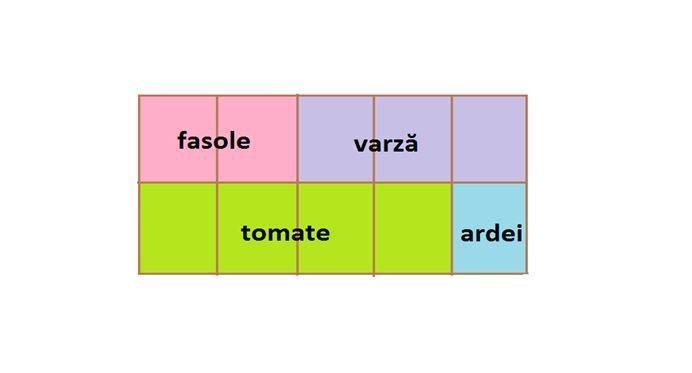
Quindi, 3/8 **<** 5/8. In questo caso sono state confrontate parti uguali di interi identici.

Se gli interi non hanno la stessa dimensione, non possiamo confrontare le frazioni corrispondenti. Lo si può notare nella seguente rappresentazione:

Insieme abbiamo scoperto che:

Tra due frazioni con lo stesso denominatore, la frazione con il numeratore più grande è maggiore.

Possiamo confrontare due frazioni solo se sono parti uguali dello stesso insieme o parti uguali di interi identici. Rodica ha aiutato il nonno a piantare le verdure nell'orto. Gli ortaggi sono stati distribuiti secondo il seguente schema:



Notiamo che:

Su 2/10 della superficie dell'orto hanno piantato fagioli,

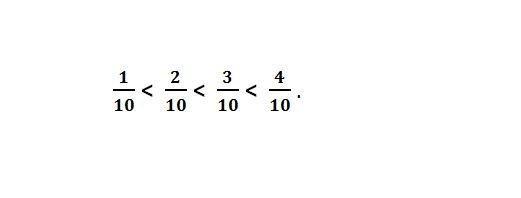
Pomodoro, su 4/10 dell'intero orto,

1/10 della superficie è occupata dai peperoni,

Hanno piantato cavoli su 3/10 della superficie dell'orto.

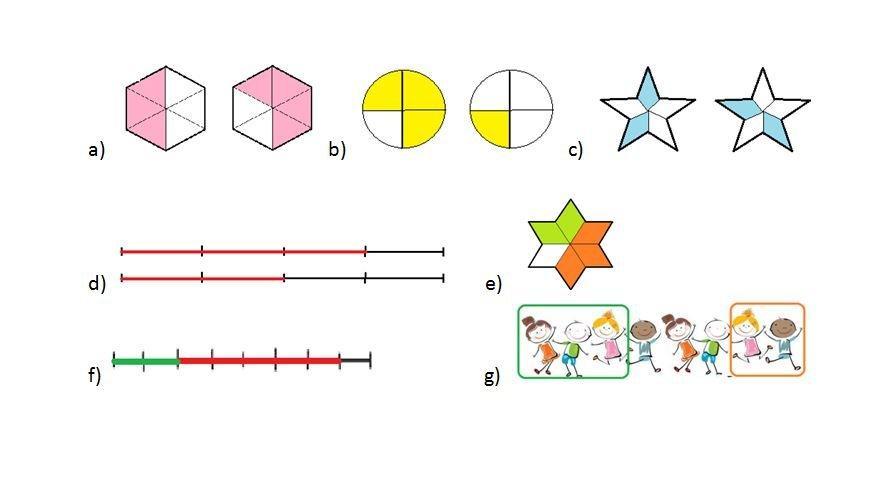
La superficie maggiore è coltivata a pomodori (4/10) e quella minore a peperoni (1/10).

Ecco come ordinare in ordine crescente le frazioni corrispondenti alle superfici coltivate a ortaggi:

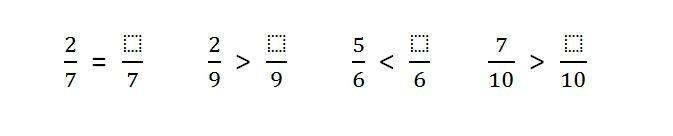


# Esercizi e problemi

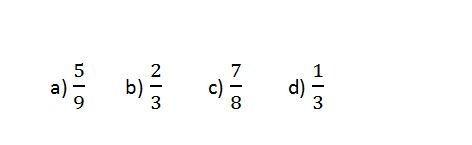
1. Scrivete e poi confrontate le frazioni rappresentate, utilizzando i segni di relazione (<, >, = ):



2. Completate le frazioni in modo che le seguenti equazioni siano vere:

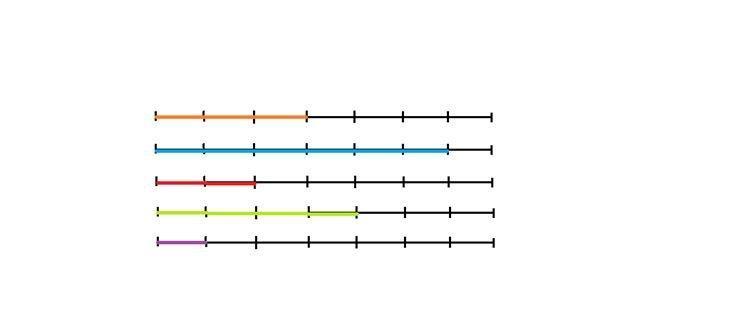


3. Scrivete una frazione minore e una maggiore di quelle date:



4. Scrivere tutte le frazioni minori o uguali a 5/8.

5. Scrivere le frazioni rappresentate dai colori in ordine crescente:



6. Mettere in ordine decrescente le frazioni comprese tra 2/7 e 6/7.

7. Ordinare le frazioni con denominatore 8 e numeratore un numero dispari inferiore a 6 in ordine crescente.



