

**Integrali definiti**

School grade: K12

**Contenuto**

**Alcune proprietà dell'integrale indefinito……………………………………………………………………………………………….3**

**Tabella degli integrali indefiniti (primitive immediate) ……………………………………………………………………………3**

**Integrali di funzioni iperboliche ……………………………………………………………………………………………………………..5**

**Teorema e formule di integrazione per parti ………………………………………………………………………………………….6**

**Teoremi e formule di integrazione per cambio di variabile (sostituzione) per l'integrale indefinito..………7**

**Il significato fisico dell'integrale indefinito ……………………………………………………………………………………………..8**

**Test ………………………………………………………………………………………………………………………………………………………..9**

**Alcune proprietà dell'integrale indefinito**

**Teorema 9:** Se le funzioni *f*: *I* →R şi ****: *I* →R mmettono primitive sull'intervallo I e la funzione f ha una derivata continua sull'intervallo I, allora valgono le seguenti proprietà:



1. , unde 
2. , dove 
3. , dove la costante 
4. 
5. , dove la costante 
6. , dove la costante 
7. 
8. 
9. .

**Tabella degli integrali indefiniti (primitive immediate)**

1. , dove ;
2. , dove ;
3. , dove , şi sau ;
4. , dove , ,or ;
5. , dove , ;
6. ,;
7. , dove or ;
8. , dove ;
9. , dove ;
10. , dove ;
11. , dove ;
12. , dove ;
13. , dove e ;
14. , dove ;
15. , dove ;
16. , dove  or ;
17. , dove  or e ;
18. , dove  or ;
19. , dove  ot e ;
20. , dove ;
21. , dove ;
22. , dove e ;
23. , dove e ;
24. , dove  e x2
25. , dove e x2
26. , dove e 
27. , dove e e ;
28. , dove e ;
29. ; 30) ;

# Integrals of hyperbolic functions

a) ; b) ; c) ; d) .

31) , dove ;

32) , dove ;

33) , dove ;

34) , dove or ;

35) , dove \{1}.

36) +*C*, dove .

38) +*C*, dove .

**Il teorema e le formule per l'integrazione per parti**

**Teorema 10: Se le funzioni *f*:*I* →*R*** şi ***g*:*I* →*R*** Teorema 10: Se le funzioni şi  ammettono primitive sull'intervallo I e la formula è valida:

 (1)

**Osservazione:** Se notiamoşi , allora la formula (1) assume la forma più utile

 (2)

* **Le formule (1) e (2) sono chiamate formule di integrazione per parti per l'integrale indefinito.**

# Teoremi e formule di integrazione con cambio di variabile (sostituzione) per l'integrale indefinito

**Teorema 11 (formula del primo cambiamento di variabile):** Se la funzione è differenziabile sull'intervallo I e la funzione  accetta primitive di intervallo *J e* è una funzione primitivae , allora la funzione  è una funzione primitiva  e la formula si verifica

**Metodo di sostituzione per il calcolo dell'integrale indefinito (metodo del primo cambio di variabile)::**

a) Se la sostituzione viene effettuata 

= .

b) If the substitution is made 

= .

**Teorema 12: (seconda formula di cambiamento di variabile):** Se la funzione è biunivoca e differenziabile sull'intervallo I, la funzione  accetta le primitive di intervallo J e H è una primitiva di funzione , allora la funzione  supporta primitive e funzioni  è una primitiva della funzione f e si verifica la formula.



**Osservazione:** In pratica, quando si calcola l'integrale indefinito con il metodo del secondo cambio di variabile, si nota che, da dove proviene  e si applica la formula:

.

**Il significato fisico dell'integrale indefinito**

**Significato fisico dell'integrale indefinito:**

**-** Se un oggetto mobile (punto materiale) si muove in modo non uniforme e la legge del suo spostamento è, e la legge di variazione della velocità è , allora:

1) Dal significato fisico della derivata abbiamo: ;

2) Dal significato fisico dell'integrale indefinito abbiamo: 

**II significato fisico dell'integrale indefinito:**

- Se un punto mobile (materiale) si muove in modo non uniforme e la legge del suo movimento è, la legge di variazione della sua velocità è , e la legge di variazione della sua accelerazione è , allora:

1) Dal significato fisico della derivata si ha:sau ;

2) Dal significato fisico dell'integrale indefinito abbiamo: ;

3) Dal significato fisico dell'integrale indefinito si ha: .

**III significato fisico dell'integrale indefinito:**

Se un punto materiale si muove lungo l'asse Ox sotto l'azione della forza , allora la legge di variazione del lavoro compiuto sotto l'azione della forza F è :

**Prova**

Calcolare gli integrali indefiniti:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Nr | | Variante I | Variante II | Variante III |
|  |  | |  |  |
|  |  | |  |  |
|  |  | |  |  |
|  |  | |  |  |
|  |  | |  |  |
|  |  | |  |  |
|  |  | |  |  |
|  |  | |  |  |
|  | \* | |  |  |
|  | \* | |  |  |