

**Celé čísla**

Trieda školy: K7

**Obsah**

[Množina celých čísel 3](#_Toc125554304)

[Každému celému číslu zodpovedá bod na číselnej priamke. Číslo spojené s bodom je jeho abscisou (súradnicou). 4](#_Toc125554305)

[Dve celé čísla, ktoré sa líšia len znamienkom, sa nazývajú protiklady. Na číselnej osi ich predstavujú dva symetrické body vzhľadom na počiatok O. 4](#_Toc125554306)

[Vzdialenosť od počiatku k bodu, cez ktorý je na číselnej priamke zobrazené celé číslo a, sa nazýva modul čísla a a označuje sa |a|. 4](#_Toc125554307)

[Z dvoch rôznych celých čísel je väčšie to, ktoré je na osi znázornenej vpravo. Z dvoch kladných (záporných) celých čísel je väčšie to, ktoré má väčší (menší) modul. Každé kladné číslo je väčšie ako každé záporné číslo. 5](#_Toc125554308)

[Porovnávanie a usporiadanie celých čísel 7](#_Toc125554309)

[Absolútna hodnota celého čísla 8](#_Toc125554310)

[Usporiadanie celých čísel 8](#_Toc125554311)

[Operácie s celými číslami 9](#_Toc125554312)

[Sčítanie a odčítanie 9](#_Toc125554313)

[Násobenie a delenie 10](#_Toc125554314)

[Poradie vykonávania celočíselných operácií 12](#_Toc125554315)

[Riešenie úloh s rovnicami/nerovnicami v kontexte celých čísel 13](#_Toc125554316)

[Pracovný list 16](#_Toc125554317)

[Projekt Scratch 17](#_Toc125554318)

[Zdroje 19](#_Toc125554319)

[Hodnotiaci test - model 1 20](#_Toc125554320)

[Hodnotiaci test - model 2 28](#_Toc125554321)

Z praktických dôvodov (meranie teploty, tvorba máp horských oblastí aj dna oceánov, zobrazovanie pozoruhodných historických momentov) ľudia pridali do množiny prirodzených čísel N= {0, 1, 2, 3, ... , n, ...} množinu záporných celých čísel Z-={...,-n ...,-3,-2,-1}, čím získali:

#### Množina celých čísel

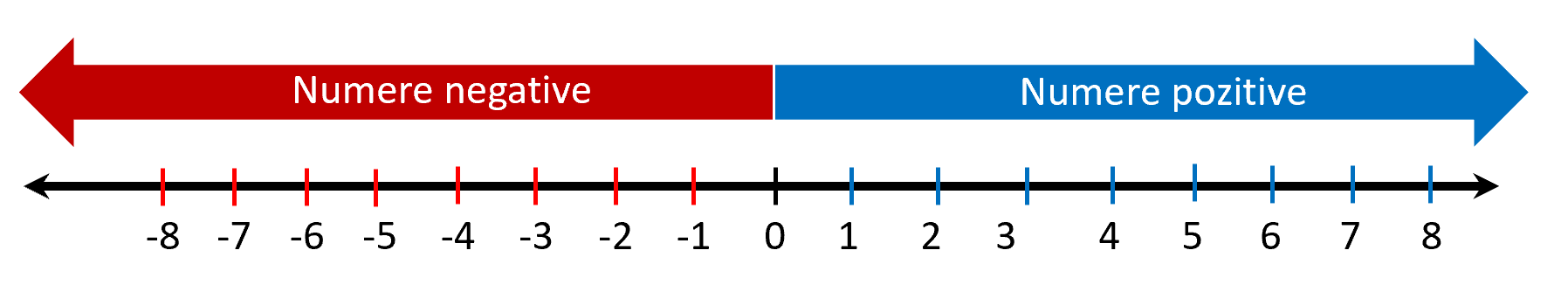
*Z={...*,-n ...,-3,-2,-1, 0, 1, 2, 3, ... , n, ...}.

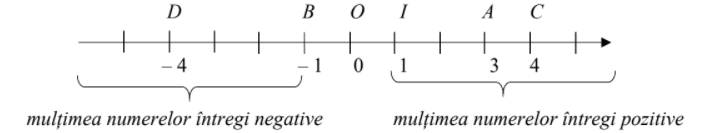
Množina nenulových celých čísel sa označuje ***Z\* =Z-{0}***

**Z** - označujeme množinu záporných celých čísel ***Z-*** ={ x ϵ Z | x<0}

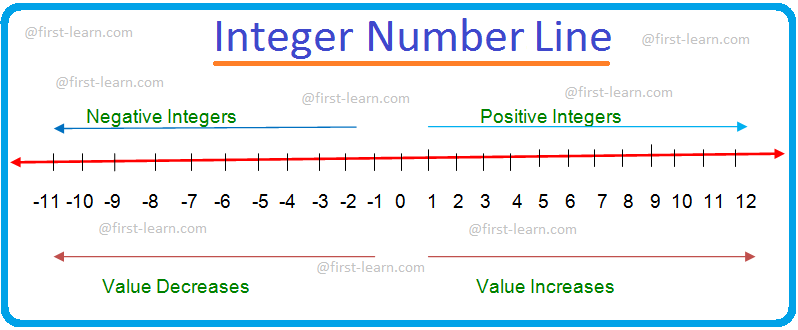
**Z +** označujeme množinu kladných celých čísel ***Z+*** ={ x ϵ Z | x>0}

Kladné celé čísla zodpovedajú prirodzeným číslam a zápis znamienka "+" pred nimi nie je povinný.

Zadávanie celých čísel bolo potrebné na vykonanie operácie odčítania. V nižších ročníkoch ste sa v prirodzených číslach učili, že nemôžeme odčítať 3-10. Ale v množine celých čísel je výsledkom každá operácia odčítania.



Množina záporných celých čísel Množina kladných celých čísel



#### Každému celému číslu zodpovedá bod na číselnej priamke. Číslo spojené s bodom je jeho abscisou (súradnicou).

Na číselnej osi na vyššie uvedenom obrázku majú body O (počiatok), I, A, B, C a D abscesy 0, +1, +3, -1, +4, -4, a píšeme O(0), I (+1), A(+3), B(-1), C(+4), D(-4).

#### Dve celé čísla, ktoré sa líšia len znamienkom, sa nazývajú protiklady. Na číselnej osi ich predstavujú dva symetrické body vzhľadom na počiatok O.

Príklad: +Body C a D, ktorými sú znázornené na osi, sú symetrické okolo počiatku O (alebo O je stred úsečky CD).

Poznámka: Opakom 0 je 0.

#### Vzdialenosť od počiatku k bodu, cez ktorý je na číselnej priamke zobrazené celé číslo a, sa nazýva modul čísla a a označuje sa |a|.

Príklad: Modul čísla +4 sa rovná vzdialenosti z O do A a píšeme |+4| = 4, a modul jeho opaku, - 4, sa rovná vzdialenosti z O do B a |-4| = 4.

Podobne dostaneme |0| = 0, |-1| = |+1|, |+3| = 3.

Poznámka: Moduly dvoch protiľahlých čísel sú rovnaké, pretože body, ktoré ich predstavujú na číselnej priamke, sú rovnako vzdialené od počiatku.

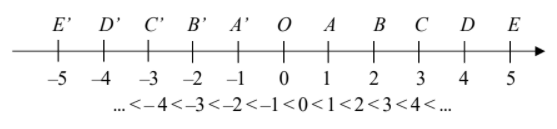
#### Z dvoch rôznych celých čísel je väčšie to, ktoré je na osi znázornenej vpravo. Z dvoch kladných (záporných) celých čísel je väčšie to, ktoré má väčší (menší) modul. Každé kladné číslo je väčšie ako každé záporné číslo.

**Príklady:**

1) ***Porovnania***

a) -3 > -5, pretože |-3| = 3 < 5 = |-5|.

b) -5 < +3, pretože bod C je napravo od bodu E' na osi alebo pretože -5 je záporné a +5 je kladné.

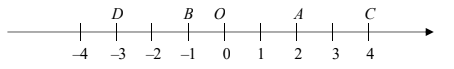


**2) Každodenné problémy.**

**a)** Ktorý z dvoch občanov, ktorí majú dlhy voči banke, jeden 1000 a druhý 2000 bankových jednotiek, by mal byť pokojnejší? Modelujme informácie v jazyku celých čísel.

b) Dvaja občania majú v banke vklad 1000 a druhý úver 1000. Ktorý z nich by mal byť tichší? Modelujme tieto informácie v jazyku celých čísel.

**3) Skopírujte a znázornite na osi body A', B', C', D', ktorých abscesy sú opačné k abscesom bodov A, B, C, D na danom obrázku.**



***Riešenie:***



Abscisa bodu A je 2 a opačná hodnota k 2 je - 2, takže bod A' bude predstavovať abscisu - 2. Analogicky bod B má abscisu - 1 a opakom - 1 je 1, a tak budeme znázorňovať bod B' s abscisou 1; bod C má abscisu 4 a jej opakom je - 4, a tak budeme znázorňovať bod C' s abscisou - 4; bod D má abscisu - 3 a jej opakom je 3, a tak budeme znázorňovať bod D' s abscisou 3. Takto dostaneme body A'(-2), B'(1), C'(-4) a D'(3).

**4) Určite súbory:**

****

**Riešenie:**

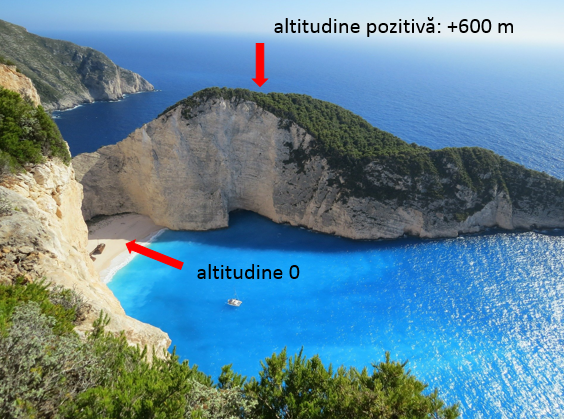
Celé čísla x, ktorých vzdialenosť na osi je menšia alebo rovná 2, sú kladné 1 a 2, ale aj záporné -2 a -1, ako aj celé číslo 0. Odvodíme, že A = {-2, -1, 0, 1, 2}. Ak |y| < 4, potom kladné celé čísla y sú 1, 2 a 3, záporné - 1, - 2 a - 3, ale aj 0. Dostaneme B = {-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3}. Keďže |z| > 0, pre ľubovoľné nenulové celé číslo odvodíme, že C=Z\*.

**5) V nasledujúcej tabuľke sú uvedené teploty o 8. hodine na meteorologickej stanici v každý pracovný deň vo februári.**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Deň | Pondelok | Utorok | Streda | Štvrtok | Piatok | Sobota | Nedeľa |
| Teplota (℃) | -1 | -8 | -10 | -3 | 1 | 3 | 5 |

**Podľa tabuľky sa aritmetický priemer kladných teplôt rovná ...℃**

**6) Určite ste v zime videli v predpovedi počasia, že niektoré teploty majú znamienko mínus. Tieto teploty sú nižšie ako nula stupňov a z tohto dôvodu ich budeme nazývať záporné teploty (napr.: -7 ℃). Naopak v lete budeme mať kladné teploty, pretože v lete je teplota vyššia ako 0 stupňov (napr.: 25℃).**



Pozitívna nadmorská výška: +600 m Záporná nadmorská výška: -60 m

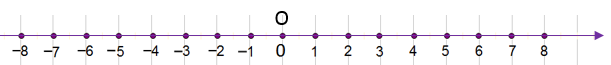
Najhlbším miestom na zemskom povrchu je Mariánska priekopa v Tichom oceáne s hĺbkou približne -11 000 metrov. Najvyšším miestom je Mount Everest v Himalájach s výškou +8848 m.

Kladné celé čísla zodpovedajú prirodzeným číslam a zápis znamienka "+" pred nimi nie je povinný.

Zadávanie celých čísel bolo potrebné na vykonanie operácie odčítania. V nižších ročníkoch ste sa v prirodzených číslach učili, že nemôžeme odčítať 3-10. Ale v množine celých čísel je výsledkom každá operácia odčítania.

#### Porovnávanie a usporiadanie celých čísel

Na priamke určíme bod O, ktorý sa nazýva počiatok, jednotku miery a kladný smer označený šípkou. Bod O zodpovedá číslu nula. Získame tak číselnú os, na ktorej budeme znázorňovať niektoré celé čísla. Nemôžeme znázorniť všetky, pretože množina celých čísel je nekonečná.



**Množina celých čísel** je zjednotením množiny kladných prirodzených čísel, ich protikladov (záporných čísel) a čísla 0.

straight integer numbers equals open curly brackets... comma space minus n comma space... comma space minus 3 comma space minus 2 comma space minus 1 comma space 0 comma space 1 comma space 2 comma space 3 comma space... comma space n comma space... close curly brackets
straight integer numbers to the power of asterisk times equals straight integer numbers backslash open curly brackets 0 close curly brackets

Vzťah inklúzie sa uskutočňuje:

straight natural numbers subset of straight integer numbers.

Ak pred číslom stojí znamienko "+", ide o kladné číslo. Kladné čísla sa nachádzajú na osi napravo od čísla 0.

Ak pred číslom stojí znamienko "-", ide o záporné číslo. Záporné čísla sa nachádzajú na osi naľavo od čísla 0.

*Poznámka*: súhlasíme s tým, že znak '+' pred kladnými celými číslami by sa už nemal písať*.*

*Príklad:* +9 = 9; +37 = 37.

#### Absolútna hodnota celého čísla

**Absolútna hodnota** alebo **modul** celého čísla je vzdialenosť od počiatku k jeho polohe na číselnej priamke.

*Príklady:*

open vertical bar negative 2 close vertical bar equals 2
open vertical bar plus 4 close vertical bar equals 4
open vertical bar negative 15 close vertical bar equals 15
open vertical bar 0 close vertical bar equals 0

**Opakom celého čísla** x je číslo -x, takže *x+ (-x) = (-x)+x = 0.*

*Príklady:*

opakom čísla 3 je číslo -3

opakom čísla -5 je číslo 5

opakom čísla 0 je 0

Dve celé čísla sú opačné, ak majú opačné znamienka a rovnakú absolútnu hodnotu.

Absolútna hodnota kladného celého čísla je toto číslo.

Absolútna hodnota záporného celého čísla je jeho opakom.

Preto pre ľubovoľné celé číslo a platí:

open vertical bar a close vertical bar equals space left enclose negative a comma space d a c ă space a less than 0
space space 0 comma space d a c ă space a equals 0
space space a comma space d a c ă space a greater than 0. end enclose





#### Usporiadanie celých čísel

Dve celé čísla a a b sú vo vzťahu a < b, ak pri ich zobrazení na osi sa b nachádza napravo od a.

Pri porovnávaní dvoch celých čísel budeme brať do úvahy tieto aspekty:

číslo 0 je menšie ako ľubovoľné celé kladné číslo; *napr.: 0 < +5*

medzi dvoma kladnými celými číslami je väčšie to s vyšším modulom; *napr.: 32 >10*

číslo 0 je väčšie ako akékoľvek záporné celé číslo; *napr.: 0 > -6*

medzi dvoma zápornými celými číslami je väčšie to s menším modulom; *napr.: -8 > -12*

akékoľvek kladné celé číslo je väčšie ako akékoľvek záporné celé číslo; napr.: 7 > -14.

#### Operácie s celými číslami

#### Sčítanie a odčítanie

*1. Sčítanie celých čísel s rovnakým znamienkom*

Ak chcete sčítať dve celé čísla s rovnakým znamienkom, spočítajte ich moduly a výsledok bude mať spoločné znamienko.

*Príklady:*

left parenthesis plus 2 right parenthesis plus left parenthesis plus 8 right parenthesis equals plus 10
left parenthesis negative 3 right parenthesis plus left parenthesis negative 5 right parenthesis equals negative 8

*2. Sčítanie celých čísel s rôznymi znamienkami*

Ak chcete sčítať dve celé čísla s rôznymi znamienkami, odčítajte ich moduly a výsledok bude mať znamienko čísla s väčším modulom.

*Príklady:*

5 plus left parenthesis negative 3 right parenthesis equals 2
minus 9 plus 3 equals negative 6

*Pozorovanie:* súčet dvoch protiľahlých celých čísel sa rovná 0.

left parenthesis negative 11 right parenthesis plus 11 equals 0

*Vlastnosti sčítania celých čísel*

asociatívnosť: *a+(b+c) = (a+b)+c,* bez ohľadu na to, aké sú celé čísla *a, b, c*

komutatívnosť: *a+b = b+a*, bez ohľadu na celé čísla *a* și *b*

číslo 0 je neutrálny prvok: *a+0 = 0+a =a*, bez ohľadu na to, aké je celé číslo *a.*

*3. Odčítanie celých čísel*

Odčítanie celého čísla je ekvivalentné sčítaniu opačného čísla.

*Príklady:*

left parenthesis negative 8 right parenthesis minus left parenthesis plus 3 right parenthesis equals left parenthesis negative 8 right parenthesis plus left parenthesis negative 3 right parenthesis equals negative 11
9 minus left parenthesis negative 5 right parenthesis equals 9 plus left parenthesis plus 5 right parenthesis equals 14

(k dekrementu sme pridali opačný dekrement).

#### Násobenie a delenie

*Súčin dvoch celých čísel s rovnakým znamienkom je kladné celé číslo, ktorého modul získame vynásobením modulu týchto dvoch čísel.*

*Príklady:*

left parenthesis plus 3 right parenthesis times left parenthesis plus 7 right parenthesis equals plus 21
left parenthesis negative 5 right parenthesis times left parenthesis negative 6 right parenthesis equals plus 30

*Súčin dvoch celých čísel s rôznymi znamienkami je záporné celé číslo, ktorého modul získame vynásobením modulu týchto dvoch čísel.*

*Príklady*:

left parenthesis negative 2 right parenthesis times left parenthesis plus 9 right parenthesis equals negative 18
3 times left parenthesis negative 5 right parenthesis equals negative 15

*Vlastnosti násobenia celých čísel*

*Nech a, b, c sú celé čísla. Platia nasledujúce vlastnosti:*

komutatívnosť: *a-b = b-a*

asociatívnosť: *(a-b)-c = a-(b-c)*

číslo 1 je neutrálny prvok: *a-1 = 1-a = a*

distribúcia násobenia nad sčítaním a odčítaním: *a-(b+c)=a-b+a-c* a a-(*b-c)=a-b-a-c*

*Delenie celých čísel*

*Súčet dvoch celých čísel s rovnakým znamienkom je kladné celé číslo, ktorého modul získame vydelením modulu týchto dvoch čísel.*

*Príklady:*

left parenthesis plus 35 right parenthesis colon left parenthesis plus 7 right parenthesis equals plus 5
left parenthesis negative 63 right parenthesis colon left parenthesis negative 9 right parenthesis equals plus 7

*Súčet dvoch celých čísel s rôznymi znamienkami je záporné celé číslo, ktorého modul získame vydelením modulu týchto dvoch čísel.*

*Príklady:*

left parenthesis plus 72 right parenthesis colon left parenthesis negative 9 right parenthesis equals negative 8
left parenthesis negative 32 right parenthesis colon 8 equals negative 4![plus times plus equals plus
minus times negative equals plus
plus times negative equals negative
minus times plus equals negative
](data:image/png;base64,iVBORw0KGgoAAAANSUhEUgAAAE4AAABiCAYAAAD+xOVQAAABOUlEQVR4Xu3ZQW7EIAwF0Nz/Ij1mq0rtxjJJcAhJJu9JfzMDGMwuLEvbd/zhBDNq7DF0H0MXa5hRY4+h+xi6WEOlxu+crfSqzGnqWezrL716apzp0D7irWVp2fr/X1wvywyxZpayQ5N3qtSIB8zSqzKnaehiDTNq7DF0H0MXa5hRY4+h+xi6WMOMGnvcZR8AAAAAPJrPTEWvaFx8b8jSqzJniOpz4V2UGhdvK8uW3nFrmSHWzPJx4gGz9KrMYdG4Mo0r0jgAAACAw3xiKdK4ors3Lr4vZLlEpfDTnwdL4m1l2dI7bi0zxJpZupUmTRQPmOUSlxV+Oo0r0jgAAAAAbs4nrCKNK6o0Lr4vZHmM6vPgow4ZxdvKsqV33FpmiDWz3Fplg/GAWT7eKw55Bo0r0jgAAAAAAOBVfgAYSfBNAmcV9gAAAABJRU5ErkJggg==)

**Záver:** Pravidlo znamienok platí pre násobenie aj delenie celých čísel a je nasledovné:

*c) Zvyšovanie celých čísel na mocniny* a to the power of n equals stack a times a times a times... times a with underbrace below
space space space space space space space space space space space space space space space space space space n space o r i

Nech a je celé číslo a n je prirodzené číslo nula.

a- nazýva sa základňa

n- sa nazýva exponent

*Príklady:*

left parenthesis plus 2 right parenthesis to the power of 5 equals 2 to the power of 5 equals 2 times 2 times 2 times 2 times 2 equals 32

*Poznámky:*

1. Keď zvýšime kladné číslo na mocninu, výsledkom bude vždy kladné číslo.

2. Keď zvýšime záporné číslo na mocninu, máme dve možné situácie:

ak je exponent párne číslo, výsledok je kladný

ak je exponent nepárne číslo, výsledok je záporný

left parenthesis negative a right parenthesis to the power of n equals open curly brackets table attributes columnalign left end attributes row cell space space space a to the power of n comma space n minus p a r end cell row cell negative a to the power of n comma space n minus i m p a r end cell end table close a element of straight integer numbers to the power of asterisk times comma space n element of straight natural numbers

*Príklady:*

*left parenthesis negative 2 right parenthesis to the power of 5 equals negative 32
left parenthesis negative 2 right parenthesis to the power of 6 equals 64
left parenthesis negative 1 right parenthesis to the power of 2015 equals negative 1
left parenthesis negative 1 right parenthesis to the power of 2016 equals 1*

*Pravidlá výpočtu výkonu*

a to the power of m times a to the power of n equals a to the power of m plus n end exponent space left parenthesis a element of straight integer numbers to the power of asterisk times comma space m comma space n element of straight natural numbers right parenthesis

a to the power of m colon a to the power of n equals a to the power of m minus n end exponent space left parenthesis a element of straight integer numbers to the power of asterisk times comma space m comma space n element of straight natural numbers comma space m greater or equal than n right parenthesis

open parentheses a to the power of m close parentheses to the power of n equals a to the power of m times n end exponent space left parenthesis a element of straight integer numbers to the power of asterisk times comma space m comma space n element of straight natural numbers right parenthesis

a to the power of m times b to the power of m equals left parenthesis a times b right parenthesis to the power of m space left parenthesis a comma b element of straight integer numbers to the power of asterisk times comma space m element of straight natural numbers right parenthesis

a to the power of m colon b to the power of m equals left parenthesis a colon b right parenthesis to the power of m space left parenthesis a comma b element of straight integer numbers to the power of asterisk times comma space m element of straight natural numbers right parenthesis

a to the power of 0 equals 1 space left parenthesis a element of straight integer numbers to the power of asterisk times right parenthesis

a to the power of 1 equals a space left parenthesis a element of straight integer numbers to the power of asterisk times right parenthesis

#### Poradie vykonávania celočíselných operácií

Poradie operácií s celými číslami je rovnaké ako s prirodzenými číslami:

najprv vypočítame exponenciály (operácie 3. rádu)

potom vykonávame násobenie a delenie (operácie 2. rádu)

na konci vykonávame sčítanie a odčítanie (operácie prvého rádu).

Ak máme v úlohe aj zátvorky, najprv vykonáme operácie v okrúhlych zátvorkách, potom operácie v hranatých zátvorkách a nakoniec zátvorky.

***Aplikácia***

Nákupné centrum má 8 úrovní: prízemie, 5 poschodí, medziposchodie a podzemné parkovisko. Osoba na 4. poschodí zostúpi o 6 úrovní nižšie. Na akú úroveň sa dostal?

*Riešenie:*

8 úrovní znázorňujeme na vertikálnej "osi". Osoba, ktorá sa nachádza na 4. poschodí a zostúpi o 6 úrovní nižšie, sa dostane do podzemného parkoviska.

5

Poschodie 5

4

Poschodie 4

3

Poschodie 3

2

Poschodie 2

1

Poschodie 1

0

Prízemie

-1

Polosuterén

-2

Parkovanie

#### Riešenie úloh s rovnicami/nerovnicami v kontexte celých čísel

A1. Sfygmomanometer spolu s batériou stojí 155 lei a sfygmomanometer je o 135 lei drahší ako batéria. Určte cenu batérie a cenu tenziometra nasledujúcimi postupmi:

Použitie segmentového zobrazenia, dané;

Nech čierna úsečka je cena tenzometra a modrá úsečka je cena batérie.

Buď segment červenej farby, cena 2, t. j. 155 lei. Zelený segment predstavuje 135 lei.

Označte x cenu batérie v lei, vyjadrite cenu tenzometra ako funkciu ceny batérie, vytvorte rovnicu, ktorá vyjadruje problém v matematickom jazyku, vyriešte rovnicu a formulujte odpoveď. Nakoniec skontrolujte získané ceny.

A2. Tri po sebe idúce prirodzené čísla majú súčet menší ako 19. Určte tieto tri čísla vykonaním nasledujúcich krokov:

a) Označte x najmenšie číslo a vyjadrite pomocou neho ďalšie dve čísla;

b) Vytvorte nerovnosť, ktorá vyjadruje problém v matematickom jazyku, a vyriešte ju

nerovnosť;

c) Sformulujte odpoveď;

d) Skontrolujte získané výsledky;

e) Určte, aká iná neznáma mohla byť označená x, a vyriešte úlohu v tomto prípade;

f) Riešenie problému inými skúmanými metódami (názorné, experimenty atď.).

*Kroky pri riešení problémov pomocou rovníc (nerovníc) sú nasledovné:*

1. Identifikácia známych a neznámych údajov zo zadania problému.

2. Stanovenie neznámej (zvyčajne označenej x) a vyjadrenie ostatných neznámych (ak existujú) pomocou nej.

3. Tvorba rovnice/nerovnosti, ktorá prepisuje problém do matematického jazyka.

4. Riešenie rovnice/nerovnosti.

5. Interpretácia riešenia (riešení) a formulácia odpovede na problém.

6. Kontrola riešení získaných v pôvodnej (nespracovanej) forme problému.

***Príklad:***

V obchode som si kúpila cukríky, oblátky a džús a zaplatila som spolu 123 lei. Oblátky boli o 9 lei lacnejšie ako dvojnásobné množstvo cukríkov a džús bol o 6 lei drahší ako trojnásobné množstvo cukríkov. Koľko stál každý z nich?

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Krok 1. Identifikácia známych a neznámych údajov zo zadania problému.

Vieme: celkové náklady a ceny oblátok a džúsov v porovnaní s cenou cukríkov.

Krok 2. Stanovenie neznámej (zvyčajne označenej x) a vyjadrenie ostatných neznámych (ak existujú) pomocou nej. Cenu cukríkov označíme x. Potom cena oblátok, ktorá je o 9 nižšia ako dvojnásobok ceny cukríkov, je 2x - 9 a cena džúsu, ktorá je o 6 vyššia ako trojnásobok ceny cukríkov, je 3x + 6.

Krok 3. Tvorba rovnice/nerovnosti, ktorá prepisuje problém do matematického jazyka. Keďže celková suma je 123, odvodíme, že x + (2x - 9) + (3x + 6) = 123.

Krok 4. Riešenie rovnice/nerovnosti.

x + 2x - 9 + 3x + 6 = 123 ⇔ 6x - 3 = 123 ⇔ 6x = 126 și x = 21.

Krok 5. Interpretujte riešenie (riešenia) a sformulujte odpoveď na problém. Cukríky stoja 21 lei, oblátky 2 21 - 9 = 42 - 9 = 33 lei a džús 3 21 + 6 = 63 + 6 = 69 lei.

Krok 6. Kontrola riešení získaných v pôvodnej (nespracovanej) forme problému. Vypočítame celkovú sumu: 21 + 33 + 69 = 33 + 90 = 123. Určené náklady sú teda správne.

Divadelný klub vyberá vstupné na predstavenie vo výške 4 € na študenta. Klub si od rodičov požičal 400 € na kostýmy, telocvičňu a materiál. Po predstavení pôžičku rodičom vrátil a zostalo mu 100 €. Koľko divákov bolo na predstavení?

Stanovme známe údaje, neznámu, neznámu, ktorú označíme x, rovnicu. Riešime rovnicu a interpretujeme riešenie.

Nájdite dve celé čísla s vedomím, že jedno je trojnásobkom druhého a ich súčet sa rovná -36.

Riešenie: Ak jedno z čísel označíme x a druhé 3x, dostaneme rovnicu

x + 3 x = - 36. Ak teda ku každému členu pripočítame 2, dostaneme 4 x = - 36. Číslo je teda x

= - 36 : 4 = - 9 a druhý je - 9 3 = - 27. Skutočne, - 9 + 3 (- 9) = - 36.

Ak od súčinu celého čísla a čísla 3 odpočítame 2, dostaneme číslo v intervale -8 až 7. Nájdite celé čísla, ktoré túto podmienku potvrdzujú.

Riešenie: Podmienka vo výroku sa zapíše v tvare:

- 8 < 3 x - 2 < 7. Odtiaľ odvodíme, že - 8 + 2 < 3x < 7 + 2 - 6 < 3x < 9 și - 2 < x < 3. Takže

x poate fi- 1, 0, 1, 2.

#### Pracovný list

1. Súčet celého čísla a 130 je -15. Určuje celé číslo.

2. Rozdiel medzi číslom 59 a celým číslom je 19. Určte celé číslo.

3. Súčin celého čísla a čísla -7 je 56. Určte toto celé číslo.

4. Kvocient medzi celým číslom a číslom 8 je -3. Určuje celé číslo.

5. Nájdite záporné celé čísla, ktorých súčet s číslom 3 dáva aspoň -1.

6. Nájdite kladné celé čísla, od ktorých keď odčítate 5, dostanete najviac 2.

7. Ak sa k číslu 3 pripočíta dvojnásobok celého čísla, výsledkom je číslo v intervale od -5 do 5. Zistite tieto čísla.

8. Nájdite celé čísla, ktorých modus je menší ako 5 ako 13.

9. Nájdite celé čísla, ktorých modus je - 5 menší ako -2.

10. Nájdite celé čísla, ktorých modus je o 3 väčší ako 7.

11. Určte najväčšie záporné celé číslo, ktorého delením číslom 5 a 7 vznikne zvyšok 1.

12. Aritmetický priemer čísel 2, x, -6 a 8 je 2. Nájdite celé číslo x.

13. Aritmetický priemer troch celých čísel je 4. Nájdite jedno z čísel, ak viete, že aritmetický priemer ostatných dvoch je -2.

14. Nájdite celé číslo, ktoré po pripočítaní k číslam 15, 21 a 18 spôsobí, že ich ritmetický priemer sa zvýši o 2.

15. Ak v každej lavici triedy sedia 2 žiaci, zostanú stáť 3 žiaci, a ak sa do lavice posadia 3 žiaci, zostanú voľné 4 lavice. Koľko lavíc a koľko študentov je v triede?

16. Lístok do kina stojí 18 lei a do divadla 45 lei. Zistite, koľko lístkov do divadla je možné kúpiť za sumu zaplatenú za 5 lístkov do kina.

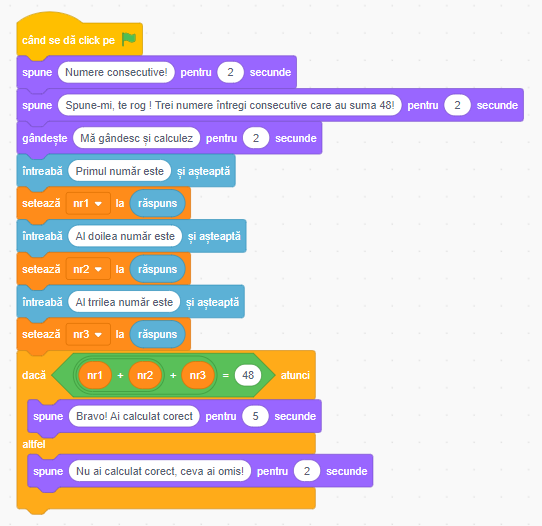
17. Súčet troch po sebe idúcich nepárnych celých čísel je -33. Určte tieto tri čísla.

#### Projekt Scratch

Vymodelujte nasledujúci scenár: Na zelenom pozadí s nadpisom "Postupné čísla" hovorí postava: "Povedzte mi, prosím! Tri po sebe idúce celé čísla, ktorých súčet je 48 (kde 48 je náhodne vybrané do 1000). A čaká na odpoveď (zoznam oddelený čiarkami), po ktorej nasleduje príslušný komentár "Bravo !" alebo "Whoah! Muselo to byť ..." (po ktorom nasleduje správna hodnota, v našom prípade by to bolo 15,16,17).

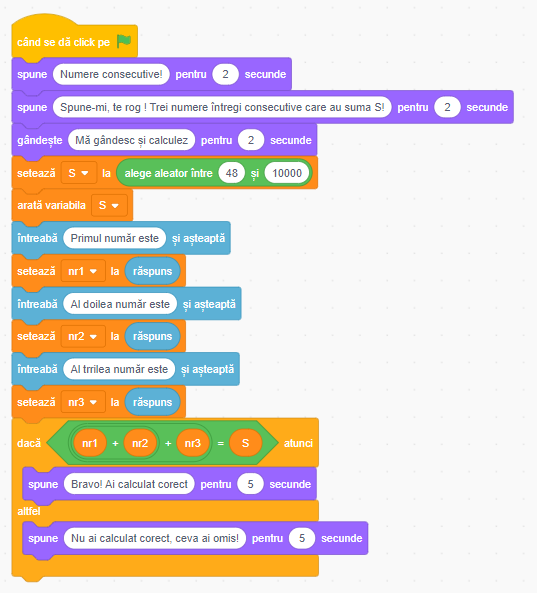
Realizácia projektu:

Viem, že súčet je 48



|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Náhodná kalkulačka vyberie číslo medzi 48 a 1000



#### Zdroje

<http://fs.unm.edu/EnciclopediaNumerelor.pdf>

<https://drive.google.com/file/d/1sdynPztLBAxrSM1I7--UhevQkjp7zwpO/view> **- edupedu manuál**

<https://www.matera.ro/2019/12/numere-intregi/>

#### Hodnotiaci test - model 1

Sú nasledujúce vety pravdivé alebo nepravdivé?

(-19) + (-43) = -56

(-81) : (+27) = -3

(-3)2 2 - (-2)3  = -26 (6p)

Súčet 7 po sebe idúcich celých čísel sa rovná 0. Zakrúžkujte správnu odpoveď:

súčin týchto čísel je -3;

súčin čísel je 0;

súčin týchto čísel je 3;

súčin čísel je -1: (6p)

Priraďte číslo zodpovedajúce každej rovnici v stĺpci A k písmenu zodpovedajúcemu riešeniu v stĺpci **B**:

|  |  |
| --- | --- |
| **A**  4x+3=6x-7  -2 x-8=4x+4  |x|=4  6x-2=4  x:5= -3 | **B**  -2  -15  1  5  -4; +4 (5p) |

a) Celé číslo rovnajúce sa jeho opaku je........

b) Súčet medzi celým číslom a jeho opakom je..............

c) Súčin dvoch celých čísel je 0 ak.............. (6p)

Vyplňte nasledujúce cvičenia:

Určte celočíselné hodnoty x, pre ktoré . (6p)

Riešenie rovnice . (7p)

Buď davy ľudí: A=

B= {

Vypočítajte A B (14p)

*Pracovný čas 50 min.*

*SPOLU 50p.*

**STUPNICA SMEROVANIA**

a) nepravdivé 2p

b) pravda 2p

c) nepravdivé 2p

Zakrúžkovať odpoveď b) 6p

Pre dvojice: 1→d 1p

2→a 1p

3→e 1p

4→c 1p

5→b 1p

a) 0 2p

b) 0 2p

c) ak je jedno z čísel 0 2p

I. x D8 2p

x {±1; ±2; ±4; ±8 4p

II. | 10 2p

2(3x+1)=5(x+7)-50 2p

6x+2=5x+35-50 1p

6x-5x=35-50-2 1p

x=-17 1p

III. 2x-5>-15

2x>-10 2p

x>-5 2p

A = {-4; -3; -2; -1; 0;.................. 2p

3x+1≤8

3x≤7 2p

x≤ 2p

B = {....................-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2 2p

A B= {-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2 2p

***Nomogram testu s položkami z programu.***

Spolu 50p. Pre triedu 5 sme stanovili 50 % z celkovej sumy.

Chart, diagram

Description automatically generated with medium confidence Takže 

Testu sa zúčastnilo celkovo 24 študentov.

Získané známky sa určujú podľa dosiahnutého skóre:

Trieda 5 \_ \_ \_ \_ \_ \_ - 2 triedy

6 \_ \_ \_ \_ \_ \_ - 4 známky

7 \_ \_ \_ \_ \_ \_ - 6 poznámok

8 \_ \_ \_ \_ \_ \_ - 5 známok

9 \_ \_ \_ \_ \_ \_ - 4 triedy

10 \_ \_ \_ \_ \_ \_ - 3 poznámky

Krivka hodnotenia:

Chart, engineering drawing, line chart

Description automatically generated with medium confidence

**Analýza výsledkov administrácie hodnotiaceho testu**

1. Motivácia

V teste, ktorý som vykonala, som zohľadnila obsah požadovaný v učebných osnovách pre diplomovú prácu s jedným predmetom v odbore matematika, 7. ročník, v 1. polroku.

Tento dojmologický test som zostavil s cieľom overiť výkony žiakov, aby som podporil diplomovú prácu s jedným predmetom. Sledovali sme aj meranie miery znalosti obsahu obsiahnutého vo vyučovacej jednotke: "Celé čísla".

2. Formulácia cieľov hodnotenia.

Po absolvovaní učebnej jednotky študent dokáže:

Dokázať, že zvládol obsah učebnej jednotky;

Všimnúť si a zdôvodniť súvislosti, ktoré možno vytvoriť medzi jednotlivými bodmi učebnej jednotky;

Zistiť súlad medzi jednotlivými bodmi učebnej jednotky;

Výber zo zoznamu vzorcov vhodných pre daný test;

Napísať štruktúrovanú esej.

3. Pracovné predpoklady

Reprezentatívny obsah týkajúci sa riešenia problémov v položkách bol vybraný zo školského vzdelávacieho programu. Intelektové schopnosti žiakov presahujú priemernú úroveň. Všetci žiaci v triede môžu získať známky vyššie ako 5.

4. Skúsenosti s testom

Uskutočnil sa na vzorke 24 žiakov 7. A triedy z Národnej školy Eleny Cuza, sektor 6, Bukurešť.

**F. Štatistická analýza a zlepšenie testov**

Počet testovaných študentov: 24

Vážený priemer:

A picture containing text

Description automatically generatedA picture containing text

Description automatically generated=A picture containing text, watch

Description automatically generated = =7,58

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Poznámka | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Počet poznámok | 2 | 4 | 6 | 5 | 4 | 3 |

Výsledky podľa položiek:

Test obsahoval všetky kategórie položiek.

***1.***

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Kategória položky | Typ položky | Č. správnych riešení | Úspešnosť |
| Námietka | S dvojitou voľbou | 24 | 100% |

Znenie premisy, kľúča a distraktorov bolo správne.

Záver: Keďže všetky odpovede žiakov boli správne, možno konštatovať, že vybrané položky neboli v súlade s úrovňou predispozícií žiakov hodnotenej triedy.

Odporúčania: formulácia položiek, v ktorých sa požadujú zložitejšie myšlienkové operácie.

***2.***

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Kategória položky | Typ položky | Č. správnych riešení | Úspešnosť |
| Námietka | Viacnásobný výber | 21 | 87,5% |

Položky boli formulované správne.

Predpoklady a odpovede boli na rovnakej strane.

Záver: Požadované položky boli na úrovni predispozícií žiakov hodnotenej triedy.

Odporúčanie: formulovať niektoré položky tak, aby vyžadovali zložitejšie myšlienkové operácie.

***3.***

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Kategória položky | Typ položky | Č. správnych riešení | Úspešnosť |
| Námietka | párenia | 18 | 75% |

Položky boli formulované správne, návrhy v druhom stĺpci boli hodnoverné, predvídali chyby vo výpočtoch, ktoré sa môžu vyskytnúť.

Záver: najčastejšie chyby sa vyskytovali pri odovzdávaní pojmov z jedného člena na druhého.

Odporúčanie: v triede sa uskutoční niekoľko cvičení tohto typu

***4.***

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Kategória položky | Typ položky | Č. správnych riešení | Úspešnosť |
| S otvorenou odpoveďou | neúplné | 16 | 66,6% |

Položky boli jasne formulované a umožňovali jasné odpovede bez rizika nejednoznačnosti.

Záver: nejasnosti v odpovediach dokazujú, že osvojenie informácií nie je dostatočné a vyžaduje si väčšiu pozornosť.

Odporúčanie: bude sa trvať na aktualizácii vedomostí týkajúcich sa operácií s celými číslami.

***5.***

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Kategória položky | Typ položky | Č. správnych riešení | Úspešnosť |
| S otvorenou odpoveďou | plne rozvinutý | 5 | 25% |

Táto posledná téma bola štruktúrovaná na čiastkové body. Na prvý bod tejto témy odpovedalo správne 23 študentov.

Na položku II odpovedalo správne 16 žiakov, 5 žiakov sa pomýlilo až na konci.

Položka III však študentom spôsobovala väčšie problémy.

Odporúčania: vykonať na hodine niekoľko cvičení typu bodu III a vrátiť sa k pojmom o množinách a operáciách s množinami.

#### Hodnotiaci test - model 2

**1p 1.** a) Napíšte opak čísla +124

b) Napíšte modul čísla | -76 |

**1p 2**. Napíšte celé čísla väčšie alebo rovné -3 a menšie alebo rovné 1.

**1p 3**. Usporiadajte nasledujúce celé čísla vzostupne: -2; 0; -7; +4; 12; -11; +7; -8

**2p 4**. Uveďte jeden zo znakov >, <, = tak, aby boli nasledujúce vety pravdivé:

- 5 -4 b) - 1 1 c) 0 -3 d) 1 | -8 |

**2p 5.** Vypočítajte:

a) (+4) + (-9) = f) ( -40) : ( -10)=

b) (+1) - (-7)= g) (-2)2  =

c) -15-6 = h) 20150  =

d) -9 + │-3│= i) -52  =

e) (- 6) ∙( +7) = j) (-3)37 :(-3)35 =

**3p 6.** Vypočítajte:

a) 

b) 

c) - =

d) 

e) (-2)101 :299-10∙{ -3-3∙[(-3)5:34 -2]}